

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе БГУ

\_\_\_\_\_ А.Л. Толстик

(подпись)

\_\_\_\_\_

(дата утверждения)

Регистрационный № УД-\_\_\_\_\_/уч.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН  
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ, СПЕЦИАЛИЗАЦИИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по государственному экзамену для специальности**

**1-31 03 02 Механика и математическое моделирование**

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2013 (30.08.2013) и учебного плана специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование (№ G31-136/уч.; 30.05.2013).

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

М.А. Журавков, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

П.Н. Конон, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

Г.И. Михасев, зав. кафедрой био- и наномеханики, доктор физ.-мат. наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол №2 от 16 октября 2016 г.);

Советом механико-математического факультета (протокол №2 от 26 октября 2016 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол №1 от 1 ноября 2016 г.)

Ответственный за редакцию: В.Г. Кротов

Ответственный за выпуск: Д.Н. Чергинец

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На государственном экзамене по специальности студент должен **знать:**

- основополагающие понятия механики и математики;
- формулировки математических лемм и теорем;
- точные формулировки законов и теорем механики и математики и их доказательство;
- решения классических задач теоретической механики и механики сплошных сред.

**уметь:**

- применять теорию к решению задач механики и математики и иллюстрировать свои знания простыми практическими примерами из области механики.

Члены Государственной экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### МЕХАНИКА

#### **РАЗДЕЛ I. Теоретическая механика**

##### **Тема 1.1 Кинематика точки**

Основные понятия кинематики. Скорость точки и ускорение точки. Равномерное и равнопеременное движение. Кинематика точки в криволинейных координатах.

##### **Тема 1.2 Кинематика твердого тела**

Определение и свойства поступательного движения твердого тела. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение. Равномерное и равнопеременное вращение. Плоско-параллельное движение тела. Движение твердого тела около неподвижной точки. Теорема Даламбера-Эйлера. Скорости и ускорения точек тела. Теорема Ривальса. Кинематические уравнения Эйлера. Движение свободного твердого тела. Теорема Шаля. Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела. Сложение мгновенных вращений. Общий случай. Винт. Центральная винтовая ось.

##### **Тема 1.3 Динамика точки**

Законы и задачи динамики. Общие теоремы динамики точки. Прямолинейное движение точки. Прямолинейные колебания точки. Свободные, затухающие, вынужденные колебания. Движение точки в поле центральных сил. Формулы Бинэ. Задача Ньютона. Уравнение Кеплера. Искусственные спутники Земли. Движение несвободной материальной точки. Математический маятник. Брахистохрона. Сферический маятник. Относительное движение материальной точки. Относительный покой и движение вблизи поверхности Земли. Маятник Фуко.

##### **Тема 1.4 Динамика системы**

Основные понятия и основные динамические величины. Общие теоремы динамики системы. Динамика тел переменной массы. Уравнение Мещерского. Задачи Циолковского.

##### **Тема 1.5 Динамика твердого тела**

Геометрия масс. Тензор инерции, эллипсоид инерции. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Давление на ось. Физический маятник. Плоское движение твердого тела. Движение тела около неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Движение тяжелого твердого тела. Проблема четвертого интеграла. Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Элементарная теория гироскопа. Теория удара. Удар по телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси. Центр удара.

##### **Тема 1.6 Аналитическая механика**

Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа первого рода. Уравнения Лагранжа второго рода. Канонические уравнения Гамильтона. Малые

колебания механических систем. Устойчивость равновесия. Теорема Лежен-Дирихле. Уравнения движения неавтономных систем. Уравнения Рауса, Чаплыгина, Аппеля. Вариационные принципы. Принцип Гамильтона, принцип Гаусса, принцип Мопертюи – Лагранжа.

## **РАЗДЕЛ II. Механика сплошной среды**

### **Тема 2.1 Основные понятия, используемые для описания движения и деформации сплошных сред**

Предмет механики сплошной среды. Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности. Эйлерово и лагранжево описание движения. Индивидуальная производная по времени. Вектор перемещения. Тензор малых деформаций. Главные оси, главные значения, инварианты тензора деформаций. Механический смысл компонент тензора деформаций. Уравнения совместности для компонент тензора малых деформаций. Тензор скоростей деформаций. Выражение его компонент через компоненты скорости. Теорема Коши-Гельмгольца. Вектор вихря. Циркуляция скорости, теорема Стокса. Потенциал скорости.

### **Тема 2.2 Фундаментальные законы механики сплошной среды и термодинамики**

Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Закон сохранения количества движения. Силы, действующие на сплошную среду. Вектор напряжения, формула Коши. Тензор напряжений. Уравнения движения сплошной среды. Закон сохранения момента количества движения в классическом случае. Идеальная несжимаемая жидкость. Полная система уравнений. Условие непроницаемости. Примеры движений идеальной несжимаемой жидкости: твердотельное вращение в цилиндрическом сосуде, плоско-параллельное потенциальное течение в окрестности критической точки. Вязкая жидкость. Опыт Ньютона. Закон Навье-Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Полная система уравнений несжимаемой линейно-вязкой жидкости. Граничные условия. Слоистые течения и их примеры: течения Пуазейля и Куэтта и другие. Упругая среда. Опыт Гука. Закон Гука. Полная система уравнений линейно-упругой среды. Типичные граничные условия. Первый закон термодинамики. Внутренняя энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Понятие энтропии. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные поверхности.

### **Тема 2.3 Классические модели сплошных сред**

Идеальная сжимаемая жидкость или газ. Полная система уравнений. Типичные граничные условия. Совершенный газ. Примеры движений идеального сжимаемого совершенного газа: звуковые волны, волны Римана.

Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа и их применение. Теоремы о вихрях в идеальной жидкости. Потенциальное движение однородной

несжимаемой жидкости. Уравнение Лапласа для потенциала скорости. Граничные условия

на поверхности твердого тела и на свободной поверхности жидкости. Примеры плоских потенциальных движений однородной несжимаемой жидкости. Функция тока. Плоско-параллельное течение, обтекание угла, источник и сток, диполь, обтекание цилиндра. Вязкая теплопроводная жидкость. Полная система уравнений. Число Рейнольдса. Понятие о пограничном слое. Опыт Рейнольдса. Понятие об устойчивости течения и турбулентности. Линейная термоупругая среда. Полная система уравнений. Типичные граничные условия. Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Теорема единственности задач линейной теории упругости. Принцип Сен-Венана. Задача об одноосном растяжении упругого бруса. Неупругое поведение деформируемых твердых тел. Пластичность, ползучесть, релаксация.

#### **Тема 2.4 Равновесие жидкостей и твердых деформируемых тел**

Уравнения гидростатики. Барометрическая формула. Давление на твердую поверхность. Закон Архимеда. Равновесие вращающейся несжимаемой жидкости. Уравнения равновесия линейно-упругого тела. Бигармоническое уравнение для вектора перемещения. Задача Ламе. Определение перемещений, распределение напряжений в стенке трубы. Задача о кручении стержня круглого поперечного сечения.

#### **Тема 2.5 Применение методов теории функций комплексного переменного к решению задач механики сплошной среды**

Плоские потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексная скорость, комплексный потенциал. Примеры комплексного потенциала: точечный вихрь, диполь, обтекание кругового цилиндра с циркуляцией. Формулы Чаплыгина для гидродинамических реакций. Формула Жуковского для подъемной силы. Парадокс Даламбера. Поступательное движение цилиндра и шара в безграничной жидкости, присоединенная масса. Плоские задачи теории упругости. Компоненты перемещений в плоской задаче. Уравнения Бельтрами-Мичелла. Условие на внешние массовые и поверхностные силы. Постановка плоских задач теории упругости. Плоское деформированное и плоское напряженное состояния упругой среды. Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение и граничные условия для функции Эри. Формула Гурса. Выражения компонент тензора напряжений и вектора перемещений через функции комплексного переменного. Граничные условия и классификация краевых задач для определения функций комплексного переменного.

#### **Тема 2.6 Волновые движения сплошной среды**

Линейная теория волн. Волновое уравнение. Бегущие волны. Собственные колебания. Волны на поверхности тяжелой несжимаемой идеальной жидкости. Стоячие волны. Прогрессивные волны. Характеристики системы квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка. Звуковые волны в сжимаемом газе. Установившееся сверхзвуковое обтекание тонкого профиля. Вывод волнового уравнения для потенциала

скорости. Число Маха. Граничные условия. Взрывные волны. Задача о сильном взрыве в совершенном газе. Упругие волны в изотропной среде. Система уравнений линейной теории упругости в случае адиабатических процессов. Продольные и поперечные плоские волны. Волны Релея.

### **Тема 2.7 Модели пластических тел**

Пластические деформации. Поверхность нагружения, текучести. Идеально-пластические тела с упрочнением. Условия пластичности Треска и Мизеса. Принцип минимума работы истинных напряжений на приращениях пластических деформаций. Ассоциированный закон. Полная система уравнений для упруго-идеально-пластической среды в теории Прандтля-Рейсса.

## **РАЗДЕЛ III. Сопротивление материалов и основы строительной механики**

### **Тема 3.1 Растяжение, сжатие и кручение стержня**

Продольная сила. Условия прочности при растяжении. Расчет простейших плоских стержневых систем. Напряжения и деформации при плоском напряженном состоянии. Кручение стержня круглого поперечного сечения. Крутящий момент. Условия прочности и жесткости при кручении. Кручение брусьев некруглого сечения.

### **Тема 3.2 Изгиб балки. Принцип возможных перемещений для вычисления перемещений при изгибе балок**

Нормальные и касательные напряжения. Условие прочности. Интегрирование дифференциального уравнения изогнутой оси балки. Формула Максвелла-Мора для случая изгиба. Вычисление перемещения в общем случае нагружения бруса. Энергетические методы определения перемещений. Теорема Кастилиано. Интеграл Мора. Правило Верещагина.

### **Тема 3.3 Стержневые конструкции**

Стержневые конструкции: фермы и рамы. Расчет статически неопределимых систем по методу сил. Канонические уравнения метода сил при изгибе балок и рам.

### **Тема 3.4 Устойчивость упругих стержней**

Основы теории колебаний упругих систем. Устойчивость упругих стержней. Критическая сила.

## **РАЗДЕЛ IV. Численные методы механики сплошной среды**

### **Тема 4.1 Линейные и нелинейные алгебраические уравнения и системы**

Численное решение уравнений. Метод итераций, его сходимость. Метод Ньютона, его геометрический смысл. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения. Метод итераций и теорема о сходимости. Методы численного решения систем нелинейных уравнений.

### **Тема 4.2 Разностные схемы и их применение**

Численное решение ОДУ. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Разностные схемы для уравнений математической физики и

механики. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Явные и неявные разностные схемы, условия их устойчивости. Метод прогонки.

### **Тема 4.3. Метод граничных элементов**

Основные понятия теории граничных интегральных уравнений. Фундаментальные решения. Переход от уравнений в частных производных к интегральным уравнениям. Основные понятия метода граничных элементов. Численная дискретизация. Численное интегрирование. Граничные интегральные уравнения для основных типов краевых задач. Аппроксимация граничных функций и граничных уравнений. Дискретные уравнения метода граничных элементов. Компьютерная реализация метода граничных элементов применительно к основным задачам теории упругости. Метод граничных интегральных уравнений при решении задач гидродинамики. Численное решение интегральных уравнений Фредгольма 2 рода. Квадратурные методы.

## **РАЗДЕЛ V. Компьютерная механика**

### **Тема 5.1 Обзор аналитических и численных методов решения задач механики**

Обзор современных прикладных систем автоматизированного инженерного анализа для персональных ЭВМ. Сравнительный анализ программных комплексов для конечно-элементного анализа механики систем на базе пэвм: ansys, nastran, patran, dytran, ls-dyna, pro/engineer (pro/mechanica), catia, cosmos works (cosmos/m), solidworks, microstation, unigraphics, i-deas; пакетов кинематического и динамического анализа механизмов adams, visualnastran, ansys workbench, working model, систем генерации инженерно-изобретательских идей invention machine, techoptimizer и др.

### **Тема 5.2 Основы метода конечных элементов и особенности его программной реализации для персональных ЭВМ**

Основные понятия и определения метода конечных элементов, определение и свойства матриц жесткости, упругости, функций формы, градиентов. Вариационная формулировка метода конечных элементов в механике деформируемого твердого тела.

### **Тема 5.3 Решение практических задач конечно-элементного анализа с использованием компьютерных систем ansys, nastran**

Исследование напряженно-деформированного состояния плоского уголкового кронштейна при статическом нагружении. Модальный анализ крыла самолета. Затвердевание слитка в форме уголка. Ламинарное и турбулентное течение в двумерном расширяющемся канале. Анализ напряженно-деформированного состояния консольной балки с особенностью. Расчет плоских ферм при статической нагрузке в узлах. Плоский изгиб балок. Расчет плоских рам при статической нагрузке и прямых стержней при кручении. Расчет стержней с криволинейной осью. расчет несимметричных балок переменного сечения и балок на упругом основании.



## **Тема 5.4 Пакеты кинематического и динамического анализа механизмов**

Особенности использования систем компьютерного моделирования кинематики и динамики машин и механизмов Adams, VisualNastran, ANSYS WorkBench, Working Model. Динамический и кинематический анализ механических систем. Основы моделирования механических систем в пакете ADAMS. Решение практических задач анализа кинематики и динамики механических систем с использованием компьютерного пакета VisualNastran.

### **РАЗДЕЛ VI. Пакет Ansys**

#### **Тема 6.1 Анализ аналитических и численных методов решения задач механики**

Обзор современных прикладных систем автоматизированного инженерного анализа для персональных ЭВМ. Сравнительный анализ программных комплексов для конечно-элементного анализа механики.

#### **Тема 6.2 Метод конечных элементов и особенности его программной реализации для персональных ЭВМ**

Решение практических задач конечно-элементного анализа с использованием компьютерной системы Ansys. Особенности использования системы компьютерного моделирования кинематики и динамики машин и механизмов Ansys.

### **РАЗДЕЛ VII. Математические модели механики деформируемого твердого тела и основы механики разрушения**

#### **Тема 7.1 Основные группы механических характеристик материалов, основные типы механического поведения материалов**

Классификация механических характеристик материалов. Основные типы механического поведения материалов (упругость, ползучесть, пластичность). Суть основных различий между упругими, пластическими, и реологическими моделями поведения среды. Неоднородность и анизотропия. Масштабный фактор этих свойств. Полные диаграммы деформирования и разрушения. Прочность породных массивов за пределами упругости

#### **Тема 7.2 Характеристики напряженно-деформированного состояния деформируемого тела. Математические модели механического поведения деформируемых сред**

Тензор напряжений. Главные нормальные и касательные напряжения. Относительные и абсолютные деформации. Тензор деформаций, тензор скоростей деформаций, вектор перемещений. Механический смысл деформаций. Связь вектора перемещений с тензором деформаций. Шаровая и девиаторная части тензора напряжений. Плоское напряженное состояние и плоское деформированное состояние. Понятие обобщенного напряженного состояния. Модели поведения среды. Структурные схемы. Упругая модель поведения среды. Упруго-пластические модели поведения среды. Условия

пластичности. Вязко-упругие модели поведения среды. Ползучесть и релаксация, зависимость между ядрами ползучести и релаксации. Линейная наследственная теория ползучести. Абелево ядро ползучести. Уравнения предельного равновесия. Постановка модельных задач. Теории прочности и разрушения.

### **Тема 7.3 Решение различных типов задач МДТТ**

Граничные задачи и подходы к решению задач теории упругости для тела, сформированного из кусочно-постоянных элементов. Решение задач для физически нелинейных упругих сред и для ортотропных упругих сред. Решение упругопластических задач методом дополнительных деформаций и методом дополнительных усилий. Решение задач для линейных наследственных вязкоупругих сред и задач вязкоупругости для неоднородных сред. Решение задач теории упругости неоднородных сред. Основные правила построения модельных задач. Постановка задачи определения НДС предварительно напряженного полупространства с системой подземных сооружений.

### **Тема 7.4 Построение математических моделей геомеханических процессов на основе методов МСС. Компьютерное моделирование в МДТТ.**

Порядок построения расчетных схем для исследования НДС вокруг подземных сооружений. Особенности построения моделей и расчетных схем для больших и малых глубин. Системы разрешающих уравнений при рассмотрении массивов горных пород. Построение систем разрешающих уравнений при определении НДС массива в запредельном состоянии. Последовательность и примеры решения задач по определению НДС вокруг протяженных горизонтальных выработок с различным поперечным сечением. Решение задачи вертикальной выработки в однородном изотропном массиве. Основные подходы и принципы численного моделирования. Метод конечных элементов, методы интегральных уравнений, численно-аналитические и численно-экспериментальные методы.

## **МАТЕМАТИКА**

### **РАЗДЕЛ VIII. Алгебра**

#### **Тема 8.1 Элементы алгебры**

Группа, кольцо, поле, их простейшие свойства. Кольцо многочленов от одной переменной. Корни многочлена. Разложение многочлена на неприводимые множители над  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . Основная теорема алгебры.

#### **Тема 8.2 Матрицы и векторы**

Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Метод Крамера. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Собственные значения и собственные векторы. Нормальные формы матрицы линейного оператора.

Квадратичные формы и их матрицы. Канонический вид квадратичной формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм. Векторные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Размерность.

## **РАЗДЕЛ IX. Аналитическая геометрия**

### **Тема 9.1 Кривые и поверхности второго порядка**

Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Поверхности второго порядка и их канонические уравнения.

## **РАЗДЕЛ X. Дифференциальная геометрия**

### **Тема 10.1 Кривизна и кручение кривой**

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна кривой. Кручение кривой.

## **РАЗДЕЛ XI. Математический анализ**

### **Тема 11.1 Последовательность функций. Формула Тейлора**

Предел последовательности функций одной и нескольких переменных. Критерий Коши существования предела последовательности функций. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора, Теоремы Вейерштрасса. Формула Тейлора и ее остаточный член.

### **Тема 11.2 Интегралы и ряды Фурье**

Несобственные интегралы и признаки их сходимости. Определение интеграла Римана и достаточные условия его существования. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов. Абсолютная и условная сходимости рядов. Знакопеременные ряды. Признаки Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Интервал и радиус сходимости. Ряды Фурье. Основные свойства коэффициентов Фурье. Достаточные условия сходимости рядов Фурье. Неравенство Бесселя

### **Тема 11.3 Элементы теории поля**

Элементы теории поля. Поток, дивергенция, ротор вектора. Теорема Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса.

## **РАЗДЕЛ XII. Теория функций комплексного переменного**

### **Тема 12.1 Аналитические функции**

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

### **Тема 12.2 Степенные ряды и вычеты. Конформные отображения**

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах. Конформные отображения. Отображения, осуществляемые дробно-линейной, степенной, показательной, логарифмической функциями.

### **РАЗДЕЛ XIII. Теория вероятностей**

#### **Тема 13.1 Основные понятия и законы теории вероятностей**

Классическая вероятность. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности. Биномиальное, нормальное и пуассоновское распределения. Случайные величины и их полные характеристики. Характеристическая функция случайной величины и ее свойства. Закон больших чисел.

### **РАЗДЕЛ IV. Дифференциальные уравнения**

#### **Тема 14.1 Основные понятия. Уравнения 1-го порядка**

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

#### **Тема 14.2 Системы и уравнения $n$ -го порядка**

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка.

### **РАЗДЕЛ XV. Уравнения математической физики**

#### **Тема 15.1 Классификация линейных уравнений в частных производных 2-ого порядка.**

Примеры уравнений основных типов. Постановка начальных и граничных задач.

#### **Тема 15.2 Уравнение колебаний струны**

Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера. Решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны методом Фурье.

#### **Тема 15.3 Уравнения Лапласа и Пуассона**

Постановка граничных задач. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функции Грина.

#### **Тема 15.4 Уравнение теплопроводности**

Постановка основных задач. Задача Коши. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.

**ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ****Механика****Теоретическая механика**

1. Приведение произвольной системы сил к простейшему виду. Условия равновесия произвольной системы сил.
2. Плоскопараллельное движение твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек тела.
3. Движение твердого тела вокруг одной неподвижной точки. Скорости и ускорения точек тела.
4. Сложное движение точки. **Теоремы о сложении скоростей и ускорений.**
5. **Общие теоремы динамики точки.**
6. Прямолинейные колебания материальной точки.
7. Движение точки в поле центральных сил. **Формулы Бине.** Движение планет. Закон всемирного тяготения. Искусственные спутники Земли.
8. Движение несвободной материальной точки. Плоский математический маятник.
9. **Динамика относительного движения материальной точки.** Относительный покой и относительное движение вблизи поверхности Земли.
10. **Общие теоремы динамики системы.**
11. Динамика точки переменной массы. **Уравнение Мещерского. Задача Циолковского.**
12. **Принцип возможных перемещений. Уравнение Даламбера-Лагранжа.**
13. **Уравнение Лагранжа 2-ого рода.**
14. Канонические уравнения движения системы.
15. Устойчивость равновесия механической системы. **Теорема Дирихле.**
16. Вращение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси. Давление на ось.
17. Движение абсолютно твердого тела, имеющего одну неподвижную точку. **Кинематические уравнения Эйлера.**
18. **Динамические уравнения Эйлера.**
19. Общая постановка задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки.
20. **Первые интегралы.** Проблема 4-го интеграла. Элементарная теория гироскопа.
21. **Принцип Гаусса.**
22. **Принцип Остроградского-Гамильтона.**
23. Теория удара системы материальных точек. Действие удара на тело, вращающееся вокруг неподвижной оси. Центр удара.

## Соппротивление материалов и основы строительной механики

24. Растяжение и сжатие стержня. Продольная сила. Условия прочности при растяжении.
25. Кручение стержня круглого поперечного сечения. Крутящий момент. Условия прочности и жесткости при кручении.
26. Изгиб балки. Нормальные и касательные напряжения. Условие прочности.
27. Интегрирование дифференциального уравнения изогнутой оси балки.
28. Энергетические методы определения перемещений. **Теорема Кастилиано. Интеграл Мора. Правило Верещагина.**
- 29. Канонические уравнения метода сил при изгибе балок и рам.**
30. Устойчивость упругих стержней. Критическая сила.

## Механика сплошной среды

- 31. Уравнения равновесия упругого тела в напряжениях.**
- 32. Уравнения Ламе движения упругого тела в перемещениях.**
33. Постановка задач теории упругости в компонентах перемещений и напряжений.
34. Свойство упругого равновесия изотропного тела при отсутствии массовых сил.
- 35. Представление решений уравнений Ламе в форме Папковича-Нейбера.**
36. Кручение призматических стержней произвольного постоянного поперечного сечения.
37. Вариационные принципы в теории упругости. **Вариационные уравнения Лагранжа. Вариационный принцип Кастилиано.**
38. Модель идеальной жидкости. **Интегралы уравнений движения идеальной жидкости.**
39. Плоское обтекание кругового цилиндра потоком идеальной жидкости.
40. Гравитационные волны в идеальной жидкости.
41. Модель вязкой жидкости. **Уравнение Навье-Стокса.**
42. Слоистые течения. Течение Пуазейля, течение Куэтта, течение под действием силы тяжести.
43. Основы теории пограничного слоя. **Уравнения Прандтля. Задача Блазиуса.**
44. Модель идеального совершенного газа. **Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа.** Сопло Лаваля, простое сопло.
45. Теория звука. **Волновое уравнение.**
46. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики.
- 47. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио.**
48. Задача о сильном взрыве в газе.

49. Двумерное стационарное движение газа. **Уравнение Чаплыгина.**
50. Трансзвуковые течения. **Уравнение Эйлера–Трикоми.** Особенности сверхзвукового обтекания тел.

### **Численные методы механики сплошной среды**

51. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения. Метод итераций и теорема о сходимости.
52. Численное решение ОДУ в механике. Метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности.
53. Разностные схемы для уравнений математической физики и механики. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Явные и неявные разностные схемы, условия их устойчивости. Метод прогонки.

### **Компьютерная механика**

54. Основные этапы решения задач механики в пакетах компьютерной механики.
55. Способы генерации конечно элементных моделей.
56. Вариационная формулировка метода конечных элементов в механике деформируемого твердого тела.
57. Основные понятия и определения МКЭ. Определение и свойства матриц жесткости, упругости, функций формы, градиентов.

### **Пакет Ansys**

58. Основные этапы решения задач механики в пакетах компьютерной механики в пакете ANSYS.

### **Математические модели механики деформируемого твердого тела и основы механики разрушения**

59. Граничные задачи и подходы к решению задач теории упругости для тела, сформированного из кусочно-постоянных элементов. Решение задач для физически нелинейных упругих сред и для ортотропных упругих сред.
60. **Решение задач МДТТ для линейных наследственных вязкоупругих сред и задач вязкоупругости для неоднородных сред. Решение задач теории упругости неоднородных сред.**
61. Исследования НДС вокруг подземных сооружений. Особенности построения моделей и расчетных схем для больших и малых глубин. Системы разрешающих уравнений при рассмотрении массивов горных пород.

## Математика

### Алгебра

1. Группа, кольцо, поле, их простейшие свойства.
2. Кольцо многочленов от одной переменной. Корни многочлена. Разложение многочлена на неприводимые множители над  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . Основная теорема алгебры.
3. Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица. Матричная форма записи системы линейных уравнений. **Метод Крамера.**
4. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Собственные значения и собственные векторы. Нормальные формы матрицы линейного оператора.
5. Квадратичные формы и их матрицы. Канонический вид квадратичной формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.
6. Векторные пространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Размерность.

### Аналитическая геометрия

7. Кривые второго порядка. Их канонические уравнения.
8. Поверхности второго порядка. Их канонические уравнения.

### Дифференциальная геометрия

9. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение. **Формулы Френе.**

### Математический анализ

10. Предел последовательности функций одной и нескольких переменных. **Критерий Коши существования предела последовательности функций.**
11. Непрерывность функций одной и нескольких переменных. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теоремы Вейерштрасса.
12. **Формула Тейлора и ее остаточный член.**
13. Несобственные интегралы и признаки их сходимости.
14. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов.
15. Абсолютная и условная сходимости рядов. Знакопередающиеся ряды. Признаки Вейерштрасса.
16. Степенные ряды и их свойства. Интервал и радиус сходимости.
17. Ряды Фурье. **Основные свойства коэффициентов Фурье. Достаточные условия сходимости рядов Фурье. Неравенство Бесселя.**
18. Элементы теории поля. Поток, дивергенция, ротор вектора. **Теорема Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса.**



19. Определение интеграла Римана и достаточные условия его существования

### Теория функции комплексного переменного

20. Аналитические функции. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана.
- 21. Условие Коши-Римана дифференцируемости функции комплексного переменного.**
22. Классификация изолированных особых точек. Поведение аналитических функций в окрестности изолированной особой точки. Интегральная теорема Коши.
23. Вычеты и их вычисления. Основная теорема о вычетах.
24. Конформные отображения. Отображения, осуществляемые дробно-линейной, степенной, показательной, логарифмической функциями.

### Дифференциальные уравнения

25. Линейное уравнение  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами.
26. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

### Уравнения математической физики

28. Классификация линейных уравнений в частных производных 2-ого порядка. Примеры уравнений основных типов. Постановка начальных и граничных задач.
29. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.
- 30. Решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны методом Фурье.**
31. Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка граничных задач. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Функции Грина.
- 32. Уравнение теплопроводности. Постановка основных задач. Задача Коши. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.**

### Теория вероятностей

33. Классическая вероятность. Теоремы сложения и умножения. Формула полной вероятности. Биномиальное, нормальное и пуассоновское распределения.

34. Случайные величины и их полные характеристики. Характеристическая функция случайной величины и ее свойства. Закон больших чисел.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Аппель П. Теоретическая механика: В 2-х т.-М.: Физматгиз, 1960.
2. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики: В 2-х ч. М.: Наука, 1972.
3. Вильке В.Г. Теоретическая механика. М.: Изд-во МГУ, 1991.
4. Савчук В.П. и др. Теоретическая механика. Мн.: БГУ, 2016.
5. Мещерский Н.Д. Сборник задач по теоретической механике. М., Наука, 1970..
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М.: Наука, 1976
7. Айзенберг Т.Б. Руководство к решению задач по теоретической механике. М.: Наука, 1968.
8. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1,2. М.: Наука, 1994.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987.
11. Механика сплошных сред в задачах. т. 1 ,2. Под ред. М.Э.Эглит. М.: Московский лицей, 1996.
12. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1,2. М.: Физматгиз, 1963.
13. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
14. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
15. Александров А.В., Державин Б.П., Лащеников Б.Я. и др. Сборник задач по сопротивлению материалов. М.:1977.
16. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.:1999.
17. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева Е.А. ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. Москва, 2003.
18. М.А.Журавков, С.А.Гляков, О.В.Громыко, Д.Г.Медведев. Компьютерная механика. Динамический и кинематический анализ механических систем: курс лекций. – Минск: БГУ, 2006. – 375 с.
19. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
20. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
21. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
22. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1974.
23. Федорюк М.В. Обыкновенных дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1985.
24. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1992.

25. Тихонов, Самарский Уравнения математической физики. М., Наука, 1989.
26. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
27. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.
28. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.