

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе БГУ

_____ А.Л. Толстик
(подпись)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД-_____/уч.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ, СПЕЦИАЛИЗАЦИИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по государственному экзамену для специальности
1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

**направления специальности
1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)**

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 (30.08.2013) и учебного плана (регистрационный № G31-135/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 01 Математика, направления специальности 1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность).

СОСТАВИТЕЛИ:

А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

О.И. Мельников, профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, доцент;

Ю.М. Метельский, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.Я. Степанец, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;

В.П. Супрун, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;

Н.И. Юрчук, профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол №2 от 16 октября 2016 г.);

Советом механико-математического факультета (протокол №2 от 26 октября 2016 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол №1 от 1 ноября 2016 г.)

Ответственный за редакцию: В.Г. Кротов

Ответственный за выпуск: Д.Н. Чергинцев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На государственном экзамене по специальности студент должен

знать:

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены Государственной экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Алгебра

Тема 1.1 Множества

Комплексные числа и их основные свойства.

Тема 1.2 Матрицы

Понятие матрицы. Специальные виды матриц: единичная, треугольная, нулевая, вектор-столбец, вектор-строка. Сложение матриц, умножение матрицы на число. Умножение матриц. Равенство матриц. Нормальная форма матрицы. Элементарные преобразования матриц. Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг матрицы и его свойства. Теорема об определителе произведения матриц. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение системы. **Теорема Крамера.** Метод Гаусса. **Критерии совместимости.** Общее и частное решение системы. Свободные и независимые переменные. Однородные системы. Фундаментальная система решений.

Тема 1.3 Алгебраические структуры

Группа, подгруппа, поле, кольцо, подкольцо. Кольцо многочленов. **Теорема о делении многочленов с остатком,** алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель многочленов, его вычисление, критерий взаимной простоты многочленов. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители над R и над C . Корни многочлена, теорема о числе корней.

Тема 1.4 Векторные пространства

Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность, базис. Ранг системы векторов. Линейные (векторные) пространства, линейная зависимость и независимость векторов. Базис, матрица перехода от одного базиса к другому. Размерность. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства. Линейные подпространства и операции с ними. **Теорема о сумме и пересечении подпространств,** дополнительные подпространства. **Теорема о дополнении системы линейно независимых векторов до базиса.**

Тема 1.5 Линейные операторы

Линейные операторы в линейных пространствах. Линейные операторы в конечномерных пространствах, матрица линейного оператора: матрица композиции линейных операторов. **Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.** Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, характеристический многочлен. **Теорема об условиях существования базиса, в котором матрица линейного оператора диагональна.** Нормальная жорданова форма матрицы. Теорема о существовании базиса, в котором матрица данного оператора имеет нормальную жорданову форму: алгоритм нахождения нормальной жордановой формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. **Теорема о приведении действительной квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием.**

РАЗДЕЛ II. Аналитическая геометрия

Тема 2.1 Кривые 2-го порядка

Эллипс, гипербола, парабола. **Вывод их канонические уравнения и основные свойства.** Приведение к каноническому виду фигур второго порядка на плоскости. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Тема 2.2 Аффинное пространство

Определение аффинного пространства. Репер (аффинная система координат в аффинных пространствах). Плоскости в аффинном пространстве их взаимное расположение. **Теорема о пересечении плоскостей.**

Тема 2.3 Евклидово пространство

Определение евклидова пространства, основные свойства. Ортонормированный репер. Ортогональные плоскости. **Расстояние от точки до гиперплоскости.**

РАЗДЕЛ III. Математический анализ

Тема 3.1 Вещественные числа

Понятие вещественного числа. Поле вещественных чисел. Точные границы числовых множеств.

Тема 3.2 Функции

Функции, область определения и область значений функции. График функции. Способы задания функции. Алгебраические операции с функциями, суперпозиция функций.

Тема 3.3 Последовательности

Определение предела последовательности. **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число ε . Предельная точка множества в \mathbb{R} . Лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки. Теорема о стягивающейся последовательности отрезков.

Тема 3.4 Производная

Определение предела функции в точке. Определение непрерывности функции в точке. Понятие непрерывной непрерывности. Определение производной и дифференциала функции одной вещественной переменной. **Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях).** **Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.** Формула Тейлора, остаточные члены в форме Пеано, Лагранжа, Коши.

Тема 3.5 Первообразная

Существование первообразной для непрерывной функции. **Формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям. Определение интеграла Римана. Интегрируемость непрерывной функции.

Тема 3.6 Числовые ряды

Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.** Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательностей.

Тема 3.7 Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функции многих переменных. Матрица Якоби. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 3.8 Кратные интегралы

Классы поточечной сходимости рядов Фурье. Лемма Римана-Лебега. Определение двойного и тройного интеграла Римана. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода. Определение поверхностных интегралов первого и второго рода. Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.

РАЗДЕЛ IV. Математическая логика

Тема 4.1 Высказывания

Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема минимизации. Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления высказываний. Теорема дедукции. Полнота и **непротиворечивость исчисления высказываний**.

Тема 4.2 Предикаты

Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения. Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов.

РАЗДЕЛ V. Теория булевых функций

Тема 5.1 Булевы функции

Определение, способы задания. Задача минимизации булевых функций в классе дизъюнктивных форм (ДНФ). Методы минимизации. Замыкание. Основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте (**необходимость** и достаточность).

Тема 5.2 Логический синтез

Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы логического синтеза.

РАЗДЕЛ VI. Дискретная математика и теория графов

Тема 6.1 Определение графа

Определение графа. Примеры графов. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Маршруты и их типы. **Критерий двудольности графа**.

Тема 6.2 Деревья

Эквивалентные определения деревьев. Деревья и остовы. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях. **Алгоритм нахождения минимального остова**.

Тема 6.3 Паросочетания и независимость

Число паросочетания и число независимости. Оценки числа независимости. **Теорема Холла о паросочетаниях**.

Тема 6.4 Обходы графов

Эйлеровы графы. **Критерий эйлеровости.** Разбиение ребер графа на наибольшее число реберно-непересекающихся цепей. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

Тема 6.5 Раскраска графов и планарность

Раскраска графов. Хроматическое число и его оценки. Теорема Брукса. Хроматический индекс. Теорема Визинга. Плоские и планарные графы. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

РАЗДЕЛ VII. Основы математической кибернетики

Тема 7.1 Линейное программирование

Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного перограммирования с помощью искусственного базиса. Двойственные задачи. **Теорема двойственности.** Матричные игры. **Основная теорема матричных игр.**

Тема 7.2 Методы решения экстремальных комбинаторных задач

Алгоритмы построения кратчайших цепей. Постановка задачи о потоке. **Основная теорема о потоке.** Решение задачи о назначении. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера. Динамическое программирование. Задача о рюкзаке. Задачи теории расписаний.

РАЗДЕЛ VIII. Построение и анализ алгоритмов

Тема 8.1 Принципы оценки трудоемкости комбинаторных алгоритмов

Алгоритмы сортировки. **Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений.** 2-3 дерева и реализуемые ими структуры.

Тема 8.2 Поиск в глубину

Правила поиска. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.

Тема 8.3 Понятие о классах P и NP .

NP -полные и NP -трудные задачи.

РАЗДЕЛ IX. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1 Обыкновенные дифференциальные уравнения и их системы

Задача Коши и краевые задачи. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Рикатти и в полных дифференциалах.

Тема 9.2 Линейные дифференциальные уравнения

Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. **Метод вариаций произвольных постоянных для линейных неоднородных дифференциальных уравнений n -го порядка.**

Тема 9.3 Существование и единственность решения задачи Коши

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова. Теорема Пикара о существовании и

единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

РАЗДЕЛ X. Уравнения математической физики

Тема 10.1 Уравнения с частными производными.

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны методом характеристик (формулы Даламбера). Решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны методом Фурье.

Тема 10.2 Основные краевые задачи

Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций.

Тема 10.3 Принцип максимума

Теоремы единственности решений первой краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.

РАЗДЕЛ XI. Основы математической электроники

Тема 11.1 Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве базовых логических элементов.

Тема 11.2 Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве сложных логических преобразователей информации.

Тема 11.3 ПЛМ, ПЗУ и их применение.

Тема 11.4 Микропроцессор, его устройство и функционирование.

РАЗДЕЛ XII. САПР аппаратно-программных систем

Тема 12.1 Системы на кристалле. Физико-математические основы схемотехнического расчета.

Тема 12.2 Физико-математические основы логического моделирования. Методы и алгоритмы проверки поведения цифровых схем.

Тема 12.3 Методы представления топологической информации в ЭВМ для проведения контроля.

Тема 12.4 Методы размещения элементов.

Тема 12.5 Методы трассировки соединений.

РАЗДЕЛ XIII. Функциональный анализ.

Тема 13.1 Классы множеств (кольцо, полукольцо, алгебра, сигма-кольцо, сигма-алгебра). Мера, сигма-аддитивная мера.

Тема 13.2 Интеграл по конечной мере от простой функции, интеграл по конечной мере от измеримой функции.

Тема 13.3 Метрическое пространство. Полные метрические пространства.

Принцип сжимающих отображений.

Тема 13.4 Нормированное пространство. Примеры нормированных пространств – $C[a,b]$, $L_p(a,b)$, l_p . Банахово пространство.

Тема 13.5 Линейные операторы в нормированных пространствах.

Ограниченный линейный оператор. Норма оператора.

Тема 13.6 Предгильбертово и гильбертово пространства. Примеры гильбертовых пространств – $L_2(a,b)$, l_2 . **Теорема Пифагора.**

Ортогональность, теорема о проекции.

Тема 13.7 Разложения по ортонормированным системам. Ортонормированный базис.

РАЗДЕЛ XIV. Прикладная теория автоматов.

Тема 14.7 Абстрактные автоматы Мили и Мура. Способы задания. Минимизация абстрактных автоматов. Частичные автоматы Мили и Мура. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации. Структурные автоматы. Синтез логических схем структурных автоматов.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Алгебра

1. Комплексные числа и их основные свойства.
2. Матрицы и алгебраические операции над ними. Ранг матрицы и его основные свойства. Обратная матрица.
3. Определители, их основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема об определителе произведения матриц.
4. Группа, подгруппа, поле, кольцо.
5. Кольцо многочленов. **Теорема о делении многочленов с остатком**, алгоритм Евклида. Наибольший общий делитель многочленов, его вычисление, критерий взаимной простоты многочленов.
6. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители над R и над C . Корни многочлена, теорема о числе корней.
7. Метод Гаусса. **Критерии совместимости**. Общее и частное решение системы. Свободные и независимые переменные. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
8. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса.
9. Линейные операторы в линейных пространствах. Линейные операторы в конечномерных пространствах, матрица линейного оператора. **Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора**.
10. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, характеристический многочлен.

Аналитическая геометрия

11. Эллипс, гипербола, парабола. **Вывод их канонические уравнения и основные свойства**. Приведение к каноническому виду фигур второго порядка на плоскости.
12. Определение аффинного пространства. Репер (аффинная система координат в аффинных пространствах). Плоскости в аффинном пространстве их взаимное расположение. **Теорема о пересечении плоскостей**.
13. Определение евклидова пространства, основные свойства. Ортонормированный репер. Ортогональные плоскости. **Расстояние от точки до гиперплоскости**.

Математический анализ

14. Понятие вещественного числа. Точные границы числовых множеств.
15. Функции, область определения и область значений функции. График функции. Способы задания функции. Алгебраические операции с функциями, суперпозиция функций.

16. Определение предела последовательности. **Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e .**
17. Определение непрерывности функции в точке. Определение производной функции одной вещественной переменной. **Теорема Лагранжа (о конечных приращениях).**
18. Формула Тейлора, остаточные члены в форме Пеано, Лагранжа, Коши.
19. **Существование первообразной для непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.**
20. Определение интеграла Римана. Интегрируемость непрерывной функции.
21. Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
22. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши сходимости последовательностей.
23. Понятие дифференцируемости функции многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.
24. Определение двойного и тройного интеграла Римана.
25. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода.
26. Определение поверхностных интегралов первого и второго рода. Формулы Гаусса-Остроградского.

Функциональный анализ

27. Метрическое пространство. Полные метрические пространства. **Принцип сжимающих отображений.**
28. Нормированное пространство. Примеры нормированных пространств – $C[a,b]$, $L_p(a,b)$, l_p . Банахово пространство.
29. Линейные операторы в нормированных пространствах. Ограниченный линейный оператор. Норма оператора.

Дифференциальные уравнения

30. Задача Коши и краевые задачи. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, в полных дифференциалах.
31. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. **Метод вариаций произвольных постоянных для линейных неоднородных дифференциальных уравнений n -го порядка.**
32. Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову.
33. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

Уравнения математической физики

34. Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций. Теоремы единственности решений краевых задач.
35. Принцип максимума. Теоремы единственности решений первой краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.

Математическая логика

36. Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема минимизации. Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления высказываний. Теорема дедукции. Полнота и **непротиворечивость исчисления высказываний**.
37. Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения. Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов.

Дискретная математика и теория графов

38. Определение графа. Примеры графов. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Маршруты и их типы. **Критерий двудольности графа**.
39. **Эквивалентные определения деревьев**. Деревья и остовы. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях.
40. **Алгоритм нахождения минимального остова**.
41. Число паросочетания и число независимости. Оценки числа независимости. **Теорема Холла о паросочетаниях**.
42. Эйлеровы графы. **Критерий эйлеровости**. Разбиение ребер графа на наибольшее число реберно-непересекающихся цепей. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
43. Раскраска графов. Хроматическое число и его оценки. Теорема Брукса. Хроматический индекс. Теорема Визинга.
44. Плоские и планарные графы. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

Теория булевых функций

45. Определение, способы задания. Задача минимизации булевых функций в классе дизъюнктивных форм (ДНФ). Методы минимизации. Замыкание. Основные замкнутые классы булевых функций.
46. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте (**необходимость** и достаточность).
47. Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы логического синтеза.

Прикладная теория автоматов

48. Абстрактные автоматы Мили и Мура. Способы задания. Минимизация абстрактных автоматов. Частичные автоматы Мили и Мура.
49. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации. Структурные автоматы. Синтез логических схем структурных автоматов.

Основы математической кибернетики

50. Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного программирования с помощью искусственного базиса.
51. Двойственные задачи. **Теорема двойственности.**
52. Матричные игры. **Основная теорема матричных игр.**
53. Алгоритмы построения кратчайших цепей.
54. Постановка задачи о потоке. **Основная теорема о потоке.**
55. Решение задачи о назначении.
56. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера.
57. Динамическое программирование. Решение задачи о рюкзаке.

Построение и анализ алгоритмов.

58. Алгоритмы сортировки. **Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений.** 2-3 дерева и реализуемые ими структуры.
59. Поиск в глубину. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.
60. *NP*-полные и *NP*-трудные задачи.

Основы математической электроники.

61. Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве базовых логических элементов.
62. Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве сложных логических преобразователей информации.
63. ПЛМ, ПЗУ и их применение.
64. Микропроцессор, его устройство и функционирование.

САПР аппаратно-программных систем.

65. Системы на кристалле. Физико-математические основы схемотехнического расчета.
66. Физико-математические основы логического моделирования. Методы и алгоритмы проверки поведения цифровых схем.

67. Методы представления топологической информации в ЭВМ для проведения контроля.
68. Методы размещения элементов.
69. Методы трассировки соединений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1974.
10. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1985.
11. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1992.
12. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебник. Минск, БГУ, 2006.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
16. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
- 17.6. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П. Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
18. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
19. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
20. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.
21. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.
22. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.
23. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
24. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987
25. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.