Задача 1 [3 балла]. Три поросенка P1, P2, P3 давали показания следователю Колобку. Их показания противоречили друг другу, и каждый из них обвинял кого-нибудь во лжи. P1 утверждал, что P2 лжет. P2 утверждал, что P3 лжет. P3 вообще уговаривал Колобка не верить ни P1, ни P2. Но Колобок был опытным логиком и без единого дополнительного вопроса определил, кто говорил правду. Кто из поросят говорил правду?

Задача 2 [4 балла]. 2009 окружностей разбивают плоскость на области, границами которых являются дуги окружностей. Сколько цветов необходимо для раскрашивания такой карты, при условии, что любые две соседние области должны быть разного цвета. Считать области соседними, если их граница содержит более одной точки.

Задача 3 [5 баллов]. $A = \begin{pmatrix} 2\int\limits_0^{\pi/2} \cos^n(x)dx & \int\limits_0^{\pi/2} \sin^n(x)dx \\ \int\limits_0^{\pi/2} \sin^n(x)dx & \int\limits_0^{\pi/2} \cos^n(x)dx \end{pmatrix}$. Найдите матрицу A^{-1}, обратную матрице A.

Задача 4 [5 баллов]. Исследуйте совместность и найдите решение системы

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 = a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n, \\ \ldots \\ \frac{1}{2}x_n = a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n, \end{cases} \quad \text{где } a_{ij} \in Z.$$

Задача 5 [5 баллов]. Как провести через точку А, лежащую внутри плоского угла, прямую, отсекающую от этого угла наименьший по площади треугольник? Ответ обосновать.

Задача 6 [4 балла]. Найдите предел последовательности $\{a_n\}$, если $a_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{2n}}$.

Задача 7 [3 балла]. Найдите предел $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sin(x)}{x}$.

Задача 8 [3 балла]. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых автомашин, проезжающих по тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина равна 0,3, а вероятность заправки легковой машины равна 0,4. К бензоколонке подъехала для заправки автомашина. Найдите вероятность того, что это грузовая машина.

Задача 9 [6 баллов]. Найдите при каких значениях $x > 0$ функция $f(x) = -x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[x]{n}}$ отрицательна.

Задача 10 [4 балла]. К многочлену степени $n \geq 1$ один из студентов прибавил производную этого многочлена, к полученному многочлену другой студент тоже добавил его производную и т. д., пока у s-го студента не получился исходный многочлен. Докажите, что кто-то из студентов неправильно выполнил дифференцирование либо суммирование.

Математическая олимпиада (МОН-2009)
для студентов факультетов нематематического профиля БГУ

Ф. И. О. ____

Факультет__________ специальность____________________ курс _____группа ____

Балл ________

Номер задачи	Ответ на задачу	Балл
Задача 1 (максимальный балл=3)	Ответ:	
Задача 2 (максимальный балл=4)	Ответ:	
Задача 3 (максимальный балл=5)	Ответ:	
Задача 4 (максимальный балл=5)	Ответ:	
Задача 5 (максимальный балл=5)	Ответ:	
Задача 6 (максимальный балл=4)	Ответ:	
Задача 7 (максимальный балл=3)	Ответ:	
Задача 8 (максимальный балл=3)	Ответ:	
Задача 9 (максимальный балл=6)	Ответ:	
Задача 10 (максимальный балл=4)	Ответ:	