

Лабораторная работа №3.
Мономиальные упорядочения.
Алгоритм деления в $k[x_1, \dots, x_n]$.

Срок выполнения лабораторной работы: 14 дней. Отчет предоставляется преподавателю в электронном виде.

Задание 1. Упорядочить мономы в списках и в полиномах, используя для каждого из них следующие упорядочения: lex, grlex, grevlex.

$$S1 = \{xyz, x^3, y^4, xz^5, x^2y^3z, z, y^{10}, x^2y, x^4z^2, xyz^3\};$$

(*порядок переменных: $x > y > z$ *)

$$S2 = \{ad^9, bc, a^2b^7d, ac^3, c^4ba, b^{13}a, bd^2, a^2bc^{12}, a^4d^2cb, c^3d, abc d, c\};$$

(*порядок переменных: $a > b > c > d$ *)

$$S3 = \{uvw, u^{20}v, v^6w^{17}, v^4u^7w^{11}, v^{15}, w^{34}, w^2u^3v^4, u^6w^2, w^5v^9, v^{11}w^{10}u^{30}, u^{12}v^{24}, u^2w^7, u^3v^{33}, u^{14}\};$$

(*порядок переменных: $u > v > w$ *)

$$P1 = -4x^2y + 56y^2z^5 + 51xyz^3 + 168x^7z - 567y^{14}x^{13} + 90z^{18}y^{16}x + 322y^{27}z^{11} - 38y^{15}x^6z^{79} - 100y + 227yz - 85xz^{17} - 71xyz + 316y^{36}z^{14} + 3134y^{67}x^{19} + 12z;$$

(*порядок переменных: $x > y > z$ *)

$$P2 = 182u^{15}v^{28}w^{25} - 9v^9w^{20} + 290v^6w^8u^9 + 202u^4v^{27}w^{15} - 343w^8u^3v^{48} - 69v^{37}u^{18}w^{20} - 374v^4w^3u^9 + 410vu^{14} - 28u^{10}v^{17}w^7 - 26u^{17}w^{29}v^7 - 493w^8v^6u^4;$$

(*порядок переменных: $u > v > w$ *)

$$P3 = 411b^{36}c^4a^6d^{18} - 875ab^{16}d^{37}c^{13} - 1043b^{26}c^{16}d^{15} - 195a^9c^{28}b^{47} + 279b^{29}c^{25}a^{13}d^{34} - 35a^9d^{45}c^{18}b^{33} - 496a^9d^{31}b - 61c^{18}a^7b^9d^{27} - 34a^3d^{29}b^{24}c^9;$$

(*порядок переменных: $a > b > c > d$ *)

Задание 2. С помощью алгоритма деления найти частные и остаток от деления полинома f на набор полиномов (f_1, \dots, f_n) .

Алгоритм деления здесь необходимо запрограммировать, а результат деления проверить с помощью PolynomialReduce.

1.

$$\begin{aligned}
f = & 44 a^3 + 88 a^2 b + 528 b^2 + 528 a b^2 + 528 a^2 b^2 + 5280 b^3 + 44 a c + 44 a^2 c + 44 a^3 c + \\
& 484 b c + 484 a b c + 440 a^2 b c + 4488 b^2 c - 2332 a^2 b^2 c + 3168 b^3 c - 3300 a b c^2 + \\
& 220 a^2 b c^2 + 25432 b^2 c^2 - 2552 a b^2 c^2 + 1936 a^2 c^3 + 16104 b c^3 - 1936 a b c^3 - \\
& 5 b^2 c^3 - 25 b^3 c^3 - 220 b^2 c^4 + 44 a d + 44 a^2 d + 2992 a^3 d + 44 b d - 44 a b d - \\
& 17512 b^2 d - 3168 b^3 d - 1496 c d - 1452 a c d + 1540 a^2 c d + 6908 a^4 c d - 29348 b c d - \\
& 220 a^2 b c d - 24904 b^2 c d - 2332 a b^2 c d + 3960 a c^2 d - 1936 a^2 c^2 d + 6908 a^3 c^2 d - \\
& 30096 b c^2 d + 1936 a b c^2 d - 61820 c^3 d - 5 b c^3 d + 220 b^2 c^3 d + 2992 a^2 d^2 - \\
& 44 b d^2 - 13 b^3 d^2 - 65 b^4 d^2 + 49412 c d^2 + 6908 a^3 c d^2 + 7480 b c d^2 + 87 a b c d^2 - \\
& 45936 b^2 c d^2 + 435 a b^2 c d^2 - 572 b^3 c d^2 + 69828 c^2 d^2 - 3828 a^2 c^2 d^2 - 38280 b c^2 d^2 + \\
& 3828 a b c^2 d^2 + 44 a d^3 + 104 b d^3 + 46531 b^2 d^3 + 572 b^3 d^3 + 87 a c d^3 + 3828 a^2 c d^3 + \\
& 38984 b c d^3 - 3828 a b c d^3 + 130152 c^2 d^3 + 60 d^4 - 704 b d^4 - 130152 c d^4;
\end{aligned}$$

$$f1 = 157 a^3 c d - 74 b c^2 + 91 c^2 d - 53 a b^2 c + 68 a^2 d;$$

$$f2 = a^2 c + 12 b^2 - 34 c d + 10 b c;$$

$$f3 = -5 b c^3 + 87 a c d^2 - 13 b^2 d^2 - 44 a c^2 + 16 d^3;$$

$$f4 = a^2 + b c - b d + c d + d^3;$$

(*порядок переменных: a>b>c>d*)

2.

$$\begin{aligned}
f = & -11242 x^6 y^4 z^3 + 22099 x^4 y^2 - 20867 x y^4 + 287 x^3 y^5 - 152 x^4 y^5 - 8610 x^6 y^5 - 326 y^7 - \\
& 12341 x^7 y^{10} - 12 x y z - 287 x^4 y^3 z - 14160 y^4 z + 287 x^6 y^4 z - 6314 x^7 y^4 z + \\
& 271 x y^5 z - 16740 x y^6 z - 20296 x y^9 z + 3731 x^6 y^9 z - 23994 x^2 y^{11} z - 2296 x^3 y^2 z^2 - \\
& 31857 x^4 y^2 z^2 + x y + 472 y^3 z^2 - 10384 x y^3 z^2 + 2168 y^4 z^2 + 30081 x y^4 z^2 + \\
& 558 x y^5 z^2 - 12276 x^2 y^5 z^2 + 1672 x^2 y^6 z^2 + 6136 y^8 z^2 + 7254 x y^{10} z^2 + 9394 x^3 z^3 - \\
& 3060 x^5 y z^3 + 122 x^2 y^3 z^3 - 13542 x^3 z^5 - 4386 x^6 y^6 z^3 + 240 x y^7 z^3 - 146 x^5 y^7 z^3 + \\
& 344 x^2 y^{12} z^3 + 2 z^4 - 2618 x^4 z^4 + 102 x^5 z^4 - 2244 x^6 z^4 - 314 x^8 z^4 - 122 x^3 y z^4 + \\
& 14160 x y^2 z^4 - 34 x^3 y^3 z^4 + 1326 x^5 y^5 z^4 + 146 x^6 y^5 z^4 - 8 x y^6 z^4 + 176 x^2 y^6 z^4 - \\
& 152 x^3 y^6 z^4 + 20296 x^2 y^7 z^4 - 104 x y^{11} z^4 - 976 x^2 z^5 - 472 x y z^5 + 10384 x^2 y z^5 + \\
& 34 x^4 y z^5 + 69 x^3 y^3 z^5 + 1168 x^5 y^4 z^5 + 16206 x^6 y^4 z^5 + 11088 x^6 y^5 z^5 - 6136 x y^6 z^5 + \\
& 144 x^5 y^8 z^5 + 168 x^9 y^8 z^5 + 272 x^3 z^6 + 3774 x^4 z^6 - 9900 y z^6 + 3454 x^6 y z^6 - \\
& 14190 x y^6 z^6 - 144 x^6 y^6 z^6 + 330 z^7 - 7260 x z^7 + 69 x^2 z^7 - 759 x y^4 z^7 + 4290 y^5 z^7 - \\
& 1152 x^5 y^5 z^7 - 15984 x^6 y^5 z^7 - 1848 x^7 y^9 z^7 - 620 x^7 y z^8 - 759 y z^9 + 69 x^2 y^4 z^9 + \\
& 168 x^8 y^9 z^9 + 3366 x^5 y^2 z^{10} + 69 x y z^{11} - 306 x^6 y^2 z^{12} - 10184 x^3 y^5 z^{15} - \\
& 21038 x^7 z^{19} + 4623 x^2 y^3 z^{20} + 11256 x^8 y^8 z^{20} + 4623 x z^{22} - 20502 x^6 y z^{23};
\end{aligned}$$

$$f1 = -152 x^2 y^5 - 306 x^5 y z^8 + 69 x y^3 z^5 + 168 x^7 y^8 z^5 - 314 x^6 z^4 + 69 z^7;$$

$$f2 = -146 x^5 y^4 z^3 + 287 x^3 y^2 - 34 x^3 z^4 + 122 x^2 z^3 - 271 y^4 + 144 x^5 y^5 z^5;$$

$$f3 = -102 x^5 z^3 + 472 x y z^4 + 8 x y^6 z^3 - 472 y^3 z - 330 z^6 - 558 x y^5 z - 287 x^6 y^4;$$

(*порядок переменных: x>y>z*)