

Лабораторная работа №3. Базисы Грёбнера и их свойства.

Срок выполнения лабораторной работы: 14 дней. Отчет предоставляется преподавателю в электронном виде.

Задание 1. Найти базисы Грёбнера для заданных идеалов, используя алгоритм, описанный в п.3 (см. текстовый файл). Проверить результат с помощью встроенной функции GroebnerBasis.

Вариант 1.

$$I_1 = \{x + y - 5z, x + zy, 7x - 2zy - y + 12zx, 3z + 11xz + xy - 6yz - 10y + 55x\};$$

(*порядок переменных: $x > y > z$ *)

Вариант 2.

$$I_2 = \{16uv - uw + 9vw, u^2 + 22v^3 - 4uw, 18v^2 + 7vw - 51w^2\};$$

(*порядок переменных: $u > v > w$ *)

Вариант 3.

$$I_3 = \{u^2 + w^2, u^2 + v^2, u^3 + vw + w^3, uv + w^3 + 2w^5\};$$

(*порядок переменных: $u > w > v$ *)

Задание 2. Показать, что при любом порядке переменных базис Грёбнера состоит из одних и тех же элементов.

$$I_4 = \{x^2 - 5y + xz, 17x^2 - y^2 + 2x^2z^2, x^2y + 6y^3 + 3z + xz^2, -12y - 3x^2y^2 + z^3\};$$

Задание 3. Найти базисы Грёбнера наибольшей и наименьшей длины, используя различный порядок переменных.

$$I_5 = \{a^2 + 3ac - c^2, 3a^2 - 5cd - d^2, 2a^2 + abc + 34b^2 - ad\};$$

Примечание: для нахождения всевозможных комбинаций переменных можно использовать встроенную функцию Permutations.