

Список вопросов для коллоквиума по теме "Предел функции и непрерывность"

1. Предел функции в терминах ε - δ .
2. Критерий Гейне предела функции.
3. Ограниченная функция. Локально ограниченная функция.
4. Теорема об общих свойствах предела функции.
5. Теорема о связи предела функции и арифметических операций над ними.
6. Две теоремы о пределе композиции (с доказательством).
7. Теорема о предельном переходе в неравенствах.
8. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (с доказательством).
9. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x}$ (с доказательством).
10. Односторонние пределы функции.
11. Пределы на бесконечности.
12. Предел по базе. Примеры баз.
13. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
14. Символы Харди и Ландау для функций.
15. Критерий Коши существования предела функции.
16. Теорема об односторонних пределах монотонной функции (с доказательством).
17. Определение непрерывности функции в точке. Непрерывность в предельной точке и в изолированной точке области определения.
18. Теорема о локальных свойствах непрерывной функции (с доказательством).
19. Теоремы об операциях над непрерывными функциями и о непрерывности композиции (с доказательством).
20. Определение непрерывности функции на множестве. Класс $C(E)$.
21. Теорема Вейерштрасса об ограниченности (с доказательством).
22. Теорема Вейерштрасса о достижении точных границ (с доказательством).
23. Теорема Больцано–Коши о корне функции (с доказательством).
24. Теорема Больцано–Коши о промежуточных значениях (с доказательством).
25. Определение равномерной непрерывности.
26. Теорема Кантора о равномерной непрерывности (с доказательством).
27. Колебание функции на множестве. Следствие из теоремы Кантора.
28. Три леммы о монотонности.
29. Теорема о существовании и свойствах обратной функции для непрерывной (с доказательством).

30. Классификация разрывов функции. Теорема о точках разрыва монотонной функции.
31. Определение корня n -степени, его существование и свойства.
32. Определение показательной функции и ее свойства.
33. Определение логарифмической функции и ее свойства.
34. Определение степенной функции и ее свойства.
35. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$ (с доказательством).
36. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$ (с доказательством).
37. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x}$ (с доказательством).