

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теории функций

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
для студентов механико-математического факультета

МИНСК
БГУ
2011

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Студент выполняет индивидуальные задания в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя.

На обложке тетради студент указывает свою фамилию, имя, номер учебной группы и вариант индивидуального задания.

Решения задач следует излагать в порядке номеров, указанных в задании.

Решения задач излагать **подробно и аккуратно**, выполняя все необходимые теоретические обоснования.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 3

«ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ»

1. Пользуясь определением, доказать, что:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{2\sqrt{x+3}} = 0,$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{5x+1} = \frac{2}{5},$
 в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+5x-3}{x+3} = -7.$
2. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x+7} = 2,$ б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-5}{(3+x)^4} = -\infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2-4x-1}{x-1} = 6.$
3. а) $\lim_{x \rightarrow -1} (4x^2 + 1) = 5,$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x^2+3} = 0.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{x+2} = -7.$
4. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \sin x = \frac{1}{2},$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+x^2}{x} = \infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2-14x+6}{x-3} = 10.$
5. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1,$ б) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x = 0.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2+x-1}{x+1/2} = -5.$
6. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-3x} = 2,$ б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x+1} = \infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2-x-1}{x-1/2} = 5.$
7. а) $\lim_{x \rightarrow 10} \sqrt{x-1} = 3,$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2x) = +\infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2-1}{x+1/3} = -6.$
8. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{3x+4} = \frac{1}{2},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} = 1.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-5x-2}{x-2} = 7.$

9. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x = 1,$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{(x-2)^2} = +\infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$

10. а) $\lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 - 7) = 5,$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4x + 5}{5x^2 + 20x + 18} = \frac{1}{5}.$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$

11. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{4x + 15} = 3$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 1}{x^3} = \infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2.$

12. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+3}{4-x} = \frac{1}{5},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x^4 + 1} = 0.$

в) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2} = 5.$

13. а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{x^2 - 5x} = -2,$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{2-x} = \infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1.$

14. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \cos 3x = -1,$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = +\infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5} = -19.$

15. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{-1 + 3x}{1 + \sqrt{x}} = 0,$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \lg x = +\infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2 + 13x + 21}{2x + 7} = -\frac{1}{2}.$

16. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin 2x = 0,$ б) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{x^2}{2x + 1} = \infty.$

в) $\lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5} = \frac{1}{2}.$

17. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{4x^2 + 12x + 11} = \frac{1}{4}.$

в) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$

18. а) $\lim_{x \rightarrow \pi} \cos x = -1,$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2+9}{x^3} = \infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2-75x-39}{x+1/2} = -81.$

19. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x = \sqrt{3},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{7x^4+1} = 0.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2-21x-11}{x-11} = 23.$

20. а) $\lim_{x \rightarrow 50} \sqrt{x-1} = 7,$ б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x^3-24x-5}{4-x} = \infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2-24x-5}{x-5} = 26.$

21. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+3}{5x+9} = \frac{1}{3},$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2+15x+7}{x+7} = -13.$

22. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x^2-4x} = 2,$ б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_6 x = +\infty.$
 в) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2+6x-8}{x+4} = -10.$

2. Выяснить, существуют ли пределы:

1. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [2x],$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin^2 \frac{4\pi x}{3}.$

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin 4x,$ б) $\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{x-3}{4} \right].$

3. а) $\lim_{x \rightarrow 3} e^{3-x},$ б) $\lim_{x \rightarrow 2} \operatorname{sgn}(\ln(x-1)).$

4. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \operatorname{arctg} \frac{2}{x+1},$ б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\cos^2 3x}.$

5. а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - [x]),$ б) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x-4} \right).$

6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos^2 x,$ б) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} \left(\frac{2x+1}{2} \right).$

7. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \operatorname{sgn}(3x - 1)$,
6) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(e^{\frac{2}{x-2}} + 3 \right)$.

8. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \sin \frac{1}{x+1}$,
6) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(1 - 2^{\frac{1}{x-1}} \right)$.

9. a) $\lim_{x \rightarrow 0} 10^{|x|}$,
6) $\lim_{x \rightarrow 1} \sin^2 \frac{2}{x-1}$.

10. a) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \operatorname{sgn} \left(\sin \frac{x}{2} \right)$,
6) $\lim_{x \rightarrow 3} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{3-x}$.

11. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{2}{x}$,
6) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(2x - \frac{x+1}{|x+1|} \right)$.

12. a) $\lim_{x \rightarrow 0} a^{\frac{|x|}{x}}$, $a > 0$, $a \neq 1$,
6) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{|x-2|}{x-2} + 3x^2 + 1 \right)$.

13. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - [x])$,
6) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{e^{3+x}-1}$.

14. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(2x + 3 + \frac{x+2}{|x+2|} \right)$,
6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2}x^2 - \operatorname{arctg} \frac{\pi^2}{x} \right)$.

15. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \operatorname{sgn}(\cos 4x)$,
6) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \left[\frac{2x+1}{2} \right]$.

16. a) $\lim_{x \rightarrow 2} 3 \operatorname{arctg} \frac{\pi}{2-x}$,
6) $\lim_{x \rightarrow -1} \operatorname{sgn} \left(\frac{x^2-1}{3} \right)$.

17. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{5}} \operatorname{sgn}(5x - 2)$,
6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin^2 \frac{3\pi x}{7}$.

18. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{1}{x-2}$,
6) $\lim_{x \rightarrow -5} \left[\frac{x+5}{7} \right]$.

19. a) $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{|x|}{x}}$,
6) $\lim_{x \rightarrow 7} \operatorname{sgn}(\lg(x - 6))$.

20. a) $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \operatorname{sgn} \left(\cos \frac{x}{2} \right)$,
6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\sin^4 5x}$.

21. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{9}{x^2}$,
6) $\lim_{x \rightarrow 7} \left(x^3 + \operatorname{arctg} \frac{1}{7-x} \right)$.

22. a) $\lim_{x \rightarrow 0} a^{-|x|}$, $a > 0$, $a \neq 1$
6) $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{7}} \operatorname{sgn} \left(\frac{7x+2}{8} \right)$.

3. Найти пределы:

1.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 + 3x^2 - x - 26}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1-x}{x^2 - 3x + 2} \right)^{\frac{1}{x^2 - 1}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 2x}}{1 - \cos^2 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

2.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^3 - x - 2}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-x}{1+\sqrt{x}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin 2x \cdot \sin x} - \frac{1}{2 \operatorname{tg}^2 x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$

3.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^4 + 5x^3 - x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x-4}{x^2 - 7x + 12} \right)^{\frac{1}{x^2 - 16}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16 - \sin \frac{x}{3}} - \sqrt{16 + \sin \frac{x}{3}}}{\sin x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$

4.

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^3 - 15x - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{1+x} - x \right)^{\frac{1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{(\pi - 2x)^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

5.

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 32}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x-9}{x^2 - 17x + 72} \right)^{\frac{1}{x^2 - 81}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \sqrt{3 + \cos x}) \operatorname{ctg}^2 x$

г) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$

6.

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x^2 + x - 6}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{x+1}{x}} \right)^{\frac{1+x^2}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$

7.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + 2x^2 - 4x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \sqrt{1-x})^{\frac{1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos 2x^2}{\sin^4 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

8.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1+x} + x)^{\frac{1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos x}{(x-\pi)^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}$

9.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{x}{1+x}} \right)^{\frac{x^2 - 1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+\sin 3x} - \sqrt{4-\sin 5x}}{\sin 4x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}$

10.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^2}{x^5 + x^3 + 2x + 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{3+x} \right)^{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{\operatorname{tg}^2 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$

11.

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^4 - 3x^3 + x + 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 + 4x + 3}{1 - x^2} \right)^{\frac{2}{1-x^2}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{9 - \sin^2 3x}}{1 - \cos x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}}$

12.

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 27}$

в) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x-2}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\pi - 4x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$

13.

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - x^2}{3x^3 + 2x^2 - x + 14}$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{x-2}{x}} \right)^{\frac{x^2}{1+x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{3 - \sqrt{8 + \cos x}}$

г) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x}}$

14.

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 3x^2 + x + 3}{x^2 - 1}$

в) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x^2 - 17x + 72}{x - 9} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x}-3}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^2 2x} - \frac{1}{4 \sin^2 x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$

15.

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}{1 - x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x-1}{x^2 + x - 1} \right)^{\frac{1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos 2x}}{\sin^2 3x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3+x} - \sqrt{2x}}$

16.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 2x^3 - 3x - 10}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{1-x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x-1}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x+2}$

17.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^4 + 3x^3 - x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x-2}{x^2+3x-2} \right)^{\frac{3}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \sqrt{8 + \cos x}) \operatorname{ctg}^2 x$

г) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}$

18.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 8}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 9x + 20}{4-x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x-2}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2 \cos x}{\sin 2x \cdot \sin x} - \frac{1}{\sin x \cdot \operatorname{tg} x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$

19.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{-3x^3 + 2x^2 + x + 14}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x^2 - 5x + 6} \right)^{\frac{1}{x^2 - 4}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 2x^2}{\sin^4 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$

г) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2+x} - \sqrt{2x}}$

20.

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+x}{3+x} \right)^{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}}$

б) $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{(x+\pi)^2}{1+\cos x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3+x} - \sqrt{2x}}$

21.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^3 - 3x^2 - 5x - 3}{1 - x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3-x}{x^2 - 7x + 12} \right)^{\frac{1}{x^2 - 9}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \sin 3x} - \sqrt{2 - \sin 7x}}{\sin 5x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4 + x} - \sqrt{2x}}$

22.

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^5 + 2x^3 + 3x - 10}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt[3]{1+x} - x \right)^{\frac{1}{x}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^3 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$

4. Найти эквивалентную в виде $A(x-a)^\alpha$ при $x \rightarrow a$:

1. a) $f(x) = \sin^2 2x - \lg(1 + x^2) + \operatorname{arctg} x^3$, $a = 0$;

б) $f(x) = 2^x - x^2$, $a = 2$;

в) $f(x) = \frac{\sin x}{x^2} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

2. a) $f(x) = \arcsin^2 2x + \cos x^3 + 2^{x^2} - 2$, $a = 0$;

б) $f(x) = \log_2^2 x + x^{3/2} - 1$, $a = 1$;

в) $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}} + \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) + 2^{-x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

3. a) $f(x) = \operatorname{tg} x^2 + \log_2(1 + x^4) - 3^{x^3} + 1$, $a = 0$;

б) $f(x) = 2^x + x^2 - 8$, $a = 2$;

в) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x - 3^x$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

4. a) $f(x) = \sin x^2 - \lg^3(1 + x) + \operatorname{tg} x^3$, $a = 0$;

б) $f(x) = (2 - x)^{3/2} + 3^x - 4$, $a = 1$;

в) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x} + \sqrt{x} - 3^{-x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

5. a) $f(x) = \arcsin 2x^2 + 3^{x^4} - \cos x^2$, $a = 0$;

б) $f(x) = (2 - x)^{3/2} + \log_3 x - 1$, $a = 1$;

в) $f(x) = \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

- 6.** а) $f(x) = \operatorname{tg} 2x^2 - 4x^3 + \cos^2 x$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 2^x - 4 + \lg^2(x - 1)$, $a = 2$;
 в) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x} - \sqrt[3]{x^2 - 3x} + \operatorname{tg} \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 7.** а) $f(x) = \operatorname{arctg} 2x^2 + \log_5(1 + x^3) - \sqrt[3]{1 + x^4} + 1$, $a = 0$;
 б) $f(x) = \cos^2 x + \operatorname{ctg}^3 x$, $a = \frac{\pi}{2}$;
 в) $f(x) = \ln(x + 1) - \ln x + 3^{-x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 8.** а) $f(x) = \sin 2x^2 - 5^{x^4} + \sqrt[3]{1 + x^3}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 3^x + \lg^2(x + 2) - \frac{1}{3}$, $a = -1$;
 в) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2} + \sqrt{x^2 - 1} + x$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 9.** а) $f(x) = \arcsin 3x^2 + \log_3(1 - x^3) - \cos x^2 + 3^{x^2}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 3^x - x^2 - 5$, $a = 2$;
 в) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2} + \log_2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 10.** а) $f(x) = \operatorname{tg} 3x^2 - \log_3(1 - x^3) - 4^{x^2} + \sqrt[4]{1 + x^4}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = \sin^3 x + \operatorname{tg}^2 x$, $a = \pi$;
 в) $f(x) = \ln(1 + 2^x) + \frac{x}{x^2 + 1}$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 11.** а) $f(x) = \operatorname{arctg} 3x^4 + \log_5(1 + x^4) + 2^{x^2} - \sqrt[3]{1 + x^3}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = \cos^3 x + 1 - \operatorname{tg}^2 x$, $a = \pi$;
 в) $f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} + \sin \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 12.** а) $f(x) = \sin 3x^2 - \log_5(1 + x^4) + \cos x^2 - \sqrt[3]{1 + x^3}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 2^x + \log_2^2 x - 2$, $a = 1$;
 в) $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{x^2} + \operatorname{tg} \frac{1}{x}$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 13.** а) $f(x) = \arcsin^2 3x + \cos x^3 - \sqrt{1 + x^3} + \log_4(1 - x^4)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = (3 - x)^{3/2} + 3^x - 10$, $a = 2$;
 в) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1} + \sin^2 \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).
- 14.** а) $f(x) = \operatorname{tg}^2 3x - 2^{x^3} + \sqrt{1 - x^3} + \log_3(1 + x^4)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = (3 - x)^{3/2} + 2^x - 5$, $a = 2$;
 в) $f(x) = \ln(1 + 2^x) + \frac{x}{x^2 + 1}$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

15. а) $f(x) = \operatorname{arctg}^2 3x + e^{x^3} - \sqrt{1-x^4} + \lg^3(1+x)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = (2-x)^{5/2} + \log_3 x - 1$, $a = 1$;
 в) $f(x) = \frac{\cos^2 x}{x^2} + \log_2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

16. а) $f(x) = \sin^2 3x + 5^{x^4} - \sqrt{1+x^3} - \lg^2(1+x^2)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 3^x - 3 + \log_2^3 x$, $a = 1$;
 в) $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1} + \ln^2 \frac{x+1}{x+2}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

17. а) $f(x) = \operatorname{arctg} 4x^2 + \log_4(1-x^3) - \cos x^2 + 4^{x^2}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 3^x + x^3 - 54$, $a = 3$;
 в) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+3} + \sin^2 \frac{1}{x}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

18. а) $f(x) = \sin 3x^2 - \log_4(1-x^3) - 4^{x^2} + \sqrt[4]{1+x^4}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = (2-x)^{5/2} + 5^x - 6$, $a = 1$;
 в) $f(x) = \ln(1+13^x) + \frac{3x}{x^2+3}$, $x \rightarrow -\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

19. а) $f(x) = \arcsin 3x^4 + \log_6(1+2x^4) + 2^{x^2} - \sqrt[3]{1+x^3}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = (2-x)^{7/2} + \log_7 x - 1$, $a = 1$;
 в) $f(x) = \frac{\sin^2 x}{5x^2} + \log_3 \left(1 + \frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

20. а) $f(x) = \operatorname{tg} 3x^2 - \log_7(1+2x^4) + \cos x^2 - \sqrt[3]{1+x^3}$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 3^x - 9 + \lg^2(x-1)$, $a = 2$;
 в) $f(x) = \frac{2x+3}{4x^2+5} + \ln^4 \frac{x+5}{x+7}$, $x \rightarrow \infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

21. а) $f(x) = \operatorname{arctg}^2 3x + \cos 2x^3 - \sqrt{1+x^3} + \log_5(1-x^4)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = \cos^2 2x + \operatorname{ctg}^3 2x$, $a = \frac{\pi}{4}$;
 в) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2} + \sqrt{x+4} - \sqrt{x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

22. а) $f(x) = \sin^2 3x - 2^{x^3} + \sqrt{1-x^3} + \log_5(1+2x^4)$, $a = 0$;
 б) $f(x) = 5^x + \ln^2(x+2) - \frac{1}{5}$, $a = -1$;
 в) $f(x) = \sqrt{x+\sqrt[3]{x}} + \lg \left(1 + \frac{5}{x}\right) + 3^{-x}$, $x \rightarrow +\infty$ ($f(x) \sim Ax^\alpha$).

5. Вычислить пределы, используя эквивалентные:

1. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{e^{\arctg(x^2/4)} - 1}$

2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt[4]{1 + \sin x^2} - 1}$

3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[6]{1+x^6} - 1}{(1-\cos 3x)^3}$

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 5x}{\ln \cos 3x}$

5. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2) + \ln(1-x^2)}{\sqrt[4]{1+\tg^4 x} - 1}$

6. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\arcsin 4x^2} - 1}{1 - \cos 2x}$

7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg^2 3x}{\sqrt[4]{1 + \arcsin x^2} - 1}$

8. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x^2}{\sqrt{1 - \arcsin^2 x^2} - 1}$

9. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x-3x^2)}{e^{\sin 5x} - 1}$

10. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{2\arcsin^4(\sqrt{x}) - 1}{\sqrt[5]{1-5x^2} - 1}$

11. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 3x^2} - 1}{\ln \cos 5x}$

12. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \cos 2x}{\arctg^4(\sqrt{x})}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-5x^2) \cdot \sin^3 3x}{(2\sqrt{x}-1)^4 \cdot \tg 4x^3}$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{x} \cdot \arcsin \sqrt{x} \cdot (3^4 \sqrt[3]{x} - 1)}{\tg \sqrt[3]{x} \cdot \ln(1+5x)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg \sqrt[5]{x} \cdot (5^3 \sqrt[5]{x^4} - 1)}{\arcsin 7x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^3 x \cdot (\sqrt{1+\tg^2 x} - 1)}{(e^{5x^4} - 1)(x^2 - x^4)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 5x \cdot (4^{x^3} - 1)}{(1 - \cos x)(x^2 + 3x^3 + x^4)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x \cdot \sin(x^2 + x^4)}{\arctg^4 x \cdot (\sqrt{1+3x^2} - 1)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin^3 x) \cdot (2^x + 1)}{(e^{\tg^2 x} - 1)(x - x^7)}$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{(2^{x^2+x} - 1) \arctg^2 \sqrt{x}}{\ln(1+\sin x) \cdot (\sqrt{x} + x)^2}$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\arctg^2(x - \sqrt{x}) \cdot (1 - \cos x^2)}{(2^{x^5} - 1)(1 + \sin x + \cos x)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x^2 \cdot \sin(x^4 - 3x^5)}{\operatorname{sh}^4 x \cdot \ln \cos 5x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin \ln(1 - 7\sqrt[3]{x}) \cdot (\sqrt[3]{x^2} - x^5)}{(\sqrt{1+7x} - 1) \operatorname{ch} 2x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(7^{3x^3} - 1) \operatorname{sh} 5x}{\arcsin^2 x^2 \cdot (\cos x + \operatorname{ch} x)^2}$

13. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{\operatorname{tg} 5x} - 1}{\ln(2 - \cos 2\sqrt{x})}$

6) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{(4 \arcsin 5x - 1)(\sqrt{x} - x^2)^2}{(\sqrt{1 + \sin x^2} - 1) \ln(2 + \sin x)}$

14. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{(e^{\operatorname{arctg}^2(\sqrt{x})} - 1) \cos^2 x}{\sqrt{1 - \cos x}}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 - \cos x) \cdot \operatorname{sh} 3x}{\sqrt[5]{1 + \arcsin x} - 1}$

15. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x - 4x^3)(e^{\sin 5x} - 1)}{\arcsin x^2 \cdot (e^x + e^{-x})}$

16. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x - 3x^2)}{e^{\sin 5x} - 1}$

6) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} \cdot (e^7 \sqrt[3]{x} - 1)}{\operatorname{tg}^3 x \cdot \ln(1 + 3x)}$

17. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{arctg} 6x^2} - 1}{1 - \cos 2x}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2^{5x^3} - 1) \operatorname{sh} 3x}{\arcsin^2 x^2 \cdot (2 \cos x + \operatorname{ch} x)^2}$

18. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2) + \ln(1 - 2x^2)}{\sqrt[4]{1 + \sin^4 x} - 1}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \ln(1 - 5 \sqrt[3]{x}) \cdot (\sqrt[3]{x^2} - x^7)}{(\sqrt{1 + 9x} - 1) \operatorname{ch} 5x}$

19. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 7x}{\ln \cos 11x}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x^2 \cdot \operatorname{tg}(3x^4 - 2x^7)}{\operatorname{sh}^4 x \cdot \ln \cos 3x}$

20. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[9]{1+x^4}-1}{(1-\cos 3x)^2}$

6) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\arcsin^2(x^3 - \sqrt{x}) \cdot (1 - \cos 2x^2)}{(3x^5 - 1)(1 + \operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x)}$

21. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \operatorname{sh} x^2} - 1}$

6) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\left(3^{x^2+x} - 1\right) \arcsin^2 \sqrt{x}}{\ln(1 + \sin x) \cdot (\sqrt{x} + x^2)^2}$

22. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2 5x}{e^{\arcsin(x^2/9)} - 1}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \operatorname{tg}^3 x) \cdot (3^x + 1)}{\left(e^{\sin^2 x} - 1\right) (x - x^9)}$

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 4 «ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ»

1. Вычислить пределы:

1.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln \sin x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-\arctg 3x}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x+e^{-x}-2}{\sin^2 x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + x^3))^{3/(x^2 \arcsin x)}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x}\right)^{1+x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$

и) $\lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x-1}{x-e}\right)^{\sin \frac{\pi x}{2e}}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos 3x + x \arctg \frac{1}{x}}$

2.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x}-e^{-\sin 3\pi x}}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{1/x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x}\right)^x$

з) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$

к) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x-\pi}}$

3.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-5x}{\sin 3x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - \sqrt[3]{2x-3})}{\sin(\pi x/2) - \sin(\pi(x-1))}$

д) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{\sin(x+1)}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{x} \right)^{\frac{2}{x+2}}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \left(\frac{\ln \operatorname{tg} x}{1-\operatorname{ctg} x} \right)^{\frac{1}{x-\pi/4}}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x-2x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x \cdot 2^x}{1+x \cdot 3^x} \right)^{1/x^2}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-\sin n}{\sqrt{n}-\sqrt[3]{n^3-7}}$

4.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} x-\operatorname{tg} 2}{\sin \ln(x-1)}$

д) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x-\operatorname{tg} a}{\ln x-\ln a}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3x}-1}{x} \right)^{\cos^2 \left(\frac{\pi}{4}+x \right)}$

и) $\lim_{x \rightarrow 2} (\sin x)^{3/(1+x)}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin 2x-\sin x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}} \right)^{2/\sin x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos x}{\cos 2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x \cos \frac{1}{x} + \lg(2+x)}{\lg(4+x)}$

5.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} 2x}-e^{-\sin 2x}}{\sin x-1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{x+3}$

и) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin 3\pi x}{\sin \pi x} \right)^{\sin^2(x-2)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x}-5^{3x}}{\operatorname{arctg} x+x^3}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+\sin x \cos \alpha x}{1+\sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{1/n} + \sin \frac{n}{n^2+1} \cos n}{1 + \cos \frac{1}{n}}$

6.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 4}{x + 2} \right)^{x^2 + 3}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} (\sin x)^{6x/\pi}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\operatorname{arctg} x - x^2}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{1/\sin^2 3x}$

з) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{1/\cos(\frac{3\pi}{4} - x)}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{2+n^5} - \sqrt{2n^3+3}}{(n+\sin n)\sqrt{7n}}$

7.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 9}) - \sqrt{1+x}}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{6x} \right)^{\frac{x}{x+2}}$

и) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(2 - \frac{x}{3} \right)^{\sin \pi x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{x/\sin^4 \sqrt[3]{x}}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt[5]{x-1}}}$

к) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} + (4x - \pi) \cos \frac{x}{4x - \pi}}{\lg(2 + \operatorname{tg} x)}$

8.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x-2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}} \right)^{3/x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 4x}{x} \right)^{2+x}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-x^2}{1-x}}$

з) $\lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \sqrt{n^2 + 1} \cdot \arctg \frac{n}{n^2 + 1}$

9.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1+2x)}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos \pi x}-1}$

д) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1-2\cos x}{\sin(\pi-3x)}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^3}-1}{x^2} \right)^{\frac{8x+3}{1+x}}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + e^x)^{(\sin \pi x)/(1-x)}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 5^{-3x}}{2 \arcsin x - x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{1/(x \sin \pi x)}$

з) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x / \sin 3x}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{3n^5 - 7}}{(n^2 - n \cos n + 1)\sqrt{n}}$

10.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{\sin(2\pi(x+10))}$

в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin \frac{x+2}{2}}{3\sqrt{2+x+x^2}-9}$

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos x}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\operatorname{tg} 9\pi x}{\sin 4\pi x} \right)^{\frac{x}{x+1}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{1/\ln \cos x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \sin n + \sqrt{n-1}}{n + \sqrt{n+1}}$

11.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}$

д) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 6x}{2x} \right)^{2+x}$

и) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x} \right)^{x^2-8}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{7x}}{\arcsin 2x - x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - x))^{c \operatorname{ctg} x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-\cos n) \sqrt[3]{n}}{\sqrt{2n+1}-1}$

12.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+5\pi/2) \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1-\pi/x)^2}$

д) $\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right)^{\frac{6}{1+x}}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin 2x)^{\frac{x^2 - \pi^2/16}{x - \pi/4}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\arcsin x + x^3}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{1/\ln(1+\pi x^3)}$

з) $\lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x / \sin 4x}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \left(2 + \sqrt{\operatorname{arctg} x \cdot \sin \frac{1}{x}} \right)$

13.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x} \right)^{x^2}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{arctg} \frac{x-3/4}{(x-1)^2} \right)^{x+1}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x - x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 5^{\arcsin x^3} \right)^{(\operatorname{cosec}^2 x)/x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$

к) $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{\frac{1+\cos \pi x}{4+(x+2) \sin \frac{\pi x}{x+2}}}$

14.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos(\pi(x+1)/2)}$

в) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right)^{x+2}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{4} \right)^{\sin(x-\pi)}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{1/\ln(1+x^2)}$

з) $\lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{5/(\operatorname{tg} 5x \sin 2x)}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^4 - 3} + \sin n}$

15.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a^2+x) + \ln(a^2-x) - 2 \ln a^2}{x^2}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 8}{3x^2 + 10} \right)^{x+2}$

и) $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x-a} \right)^{\frac{x^2}{a^2}}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 7^{-x}}{2 \operatorname{tg} x - \operatorname{arctg} x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{9-2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}$

к) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + \cos n} + \sqrt{3n^2 + 2}}{\sqrt[5]{n^6 + 1}}$

16.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{3 \operatorname{arctg} x}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}$

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\log_2 x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 3x - \sin 5x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin(x+2))^{3/(3+x)}$

и) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} \right)^{1/x}$

з) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 3x}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + 3}{2 - \lg(1 + \sin x)}$

17.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(\pi(x+1))}{\ln(1+2x)}$

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x-5)}{e^{\sin \pi x} - 1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{2x}-1}{x} \right)^{x+1}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\sin x + \cos x)^{1/\operatorname{tg} x}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{\operatorname{tg} x + x^3}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{x^2} \right)^{1/\ln(1+\operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{3})}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{x/(x-1)}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\operatorname{arctg} x \cdot \sin^2 \frac{1}{x} + 5 \cos x}$

18.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}$

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^4+5}{x+10} \right)^{\frac{4}{x+2}}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi/8} (\operatorname{tg} 2x)^{\sin(\pi/8+x)}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{2 \operatorname{tg} x - \sin x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{-\operatorname{cosec}^2 x}$

з) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right)^{1/(x-\pi/2)}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 \cos x + \sin \frac{1}{x} \cdot \ln(1+x)}$

19.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin(\pi(x+2))}$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln(2x/\pi)}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin(a-x)}{x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{11x+8}{12x+1}\right)^{\cos^2 x}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} \pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 7^x}{\arcsin 3x - 5x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 3^{\sin^2 x}\right)^{1/\ln \cos x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} (2e^{x-1} - 1)^{(3x-1)/(x-1)}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2 \cos^2 x + (e^x - 1) \sin \frac{1}{x}}$

20.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x+\pi))}{e^{3x}-1}$

в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3+1}{x^3+8}\right)^{\frac{2}{x+1}}$

и) $\lim_{x \rightarrow \pi} (x + \sin x)^{x+\sin x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-5x}}{2 \sin x - \operatorname{tg} x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x^2]{2 - \cos x}$

з) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \cos 3x)^{\sec x}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \ln(e + x \sin \frac{1}{x})}{\cos x + \sin x}$

21.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2^x+7} - \sqrt{2^{x+1}+5}}{x^3-1}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^{b+x} + a^{b-x} - 2a^b}{x^2}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}\right)^{\frac{3}{x+8}}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln^2 ex)^{1/(x^2-1)}$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2}}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x}\right)^{\operatorname{ctg}^2 x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{(3x+2)/(x-2)}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{(e^{\sin x} - 1) \cos \frac{1}{x} + 4 \cos x}$

22.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{2^{-3x}-1}$

в) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2+\cos x)}{(3^{\sin x}-1)^2}$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos \sqrt{x}}$

ж) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{x}{\pi}\right)^{1+x}$

и) $\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1)^{\pi / \arctg x}$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-e^{2x}}{\sin 3x-\operatorname{tg} 2x}$

е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(3 - \frac{2}{\cos x}\right)^{\operatorname{cosec}^2 x}$

з) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sin(x-1)}{x-1}\right)^{\frac{\sin(x-1)}{x-1-\sin(x-1)}}$

к) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \ln(1+x)\sqrt{2+\cos \frac{1}{x}}}{2+e^x}$

2. Доказать по определению, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти δ_ε):

1. $f(x) = 5x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$

2. $f(x) = 4x^2 - 2, \quad x_0 = 5.$

3. $f(x) = 3x^2 - 3, \quad x_0 = 4.$

4. $f(x) = 2x^2 - 4, \quad x_0 = 3.$

5. $f(x) = -2x^2 - 5, \quad x_0 = 2.$

6. $f(x) = -3x^2 - 6, \quad x_0 = 1.$

7. $f(x) = -4x^2 - 7, \quad x_0 = 1.$

8. $f(x) = -5x^2 - 8, \quad x_0 = 2.$

9. $f(x) = -5x^2 - 9, \quad x_0 = 3.$

10. $f(x) = -4x^2 + 9, \quad x_0 = 4.$

11. $f(x) = -3x^2 + 8, \quad x_0 = 5.$

12. $f(x) = -2x^2 + 7, \quad x_0 = 6.$

13. $f(x) = 2x^2 + 6, \quad x_0 = 7.$

14. $f(x) = 3x^2 + 5, \quad x_0 = 8.$

15. $f(x) = 4x^2 + 4, \quad x_0 = 9.$

16. $f(x) = 5x^2 + 3, \quad x_0 = 8.$

17. $f(x) = 5x^2 + 1, \quad x_0 = 7.$ 18. $f(x) = 4x^2 - 1, \quad x_0 = 6.$

19. $f(x) = 3x^2 - 2, \quad x_0 = 5.$ 20. $f(x) = 2x^2 - 3, \quad x_0 = 4.$

21. $f(x) = -2x^2 - 4, \quad x_0 = 3.$ 22. $f(x) = -3x^2 - 5, \quad x_0 = 2.$

3. Исследовать функцию на непрерывность и построить ее график:

$H(x)$ обозначает функцию Хевисайда (единичный скачок): $H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$

1. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n - x^{-n}}{x^n + x^{-n}},$

б) $y = H(x^2 + 5x + 6) + \operatorname{sgn}(x + 3).$

2. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1},$

б) $y = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0, \\ -2 + x, & 0 < x < 4, \\ \frac{2}{x}, & x \geq 4. \end{cases}$

3. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + x^{2n}},$

б) $y = H(x^2 + 5x - 14) + \operatorname{sgn}(x + 7).$

4. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{1 + (2 \sin x)^{2n}},$

б) $y = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & x < 2, \\ x + 1, & 2 \leq x < 3, \\ -x^2 + 4x + 1, & x \geq 3. \end{cases}$

5. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n} + 1}{x^{2n} + 1},$

б) $y = H(x^2 - 5x + 6) + \operatorname{sgn}(x^2 - 5x + 6).$

6. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 5x^{2n}}{1 + x^{2n}},$

б) $y = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2}, & |x| \leq 1, \\ x^2 - 1, & x > 1, \\ x + 3, & x < -1. \end{cases}$

7. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} (x + 1) \arctg \frac{1}{x^{2n} + 1},$ б) $y = \begin{cases} e^{2x}, & x \leq 0, \\ 1 - x, & 0 < x \leq 3, \\ \sqrt{x}, & x > 3. \end{cases}$

8. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x + e^{nx}}{1 + xe^{nx}},$

б) $y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 2, \\ x + 3, & 0 < x \leq 4, \\ 2x^{3/2} + 1, & x > 4. \end{cases}$

9. a) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin^{2n} x,$

б) $y = \begin{cases} e^{1/x}, & x < 0, \\ \frac{x^2 + x}{4}, & x \geq 0. \end{cases}$

- 10.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}},$ б) $y = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x < 0, \\ 5x - x^2, & 0 \leq x < 4, \\ 4 - x, & x \geq 4. \end{cases}$
- 11.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2}{1+\sin^{2n}x},$ б) $y = \begin{cases} \cos^2 x, & x \leq 0, \\ 1 - x, & 0 < x \leq 2, \\ x^2 - 1, & x > 2. \end{cases}$
- 12.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n}-1}{3x^{2n}+4},$ б) $y = \begin{cases} \sin^2 x, & x \leq 0, \\ -x^2 + 4x, & 0 < x < 5, \\ x + 3, & x \geq 5. \end{cases}$
- 13.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^{2n}+4}{4x^{2n}+3},$ б) $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0, \\ \sin^2 x, & 0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi, \\ e^{-x^2}, & x > \frac{3}{2}\pi. \end{cases}$
- 14.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^{2n}+7}{7x^{2n}+3},$ б) $y = \begin{cases} e^{-x^2}, & x < 0, \\ \cos^2 x, & 0 \leq x \leq 2\pi, \\ \operatorname{sgn} x, & x > 2\pi. \end{cases}$
- 15.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n}+7}{3+4x^{2n}},$ б) $y = \begin{cases} \operatorname{arctg} x, & x < 0, \\ 2^x - 1, & 0 \leq x \leq 2, \\ x^2 - 2, & x > 2. \end{cases}$
- 16.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2+e^{nx}}{1+xe^{nx}},$ б) $y = \begin{cases} \ln(-x), & x \leq -1, \\ x^2 + x, & -1 < x \leq 3, \\ 3^{-x}, & x > 3. \end{cases}$
- 17.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^{4n}x,$ б) $y = H(x^2 + 7x + 10) + \operatorname{sgn}(x + 5).$
- 18.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{4n}}{4+x^{4n}},$ б) $y = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & x \leq -1, \\ -1 + x, & -1 < x < 3, \\ \frac{2}{x+1}, & x \geq 3. \end{cases}$
- 19.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^3}{1+\cos^{2n}x},$ б) $y = H(x^2 - 6x + 8) + \operatorname{sgn}(x - 4).$
- 20.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n}+1}{3x^{2n}+5},$ б) $y = H(x^2 - 5x - 6) + \operatorname{sgn}(x^2 - 5x - 6).$
- 21.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5x^{2n}+2}{4x^{2n}+9},$ б) $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & x < 1, \\ x + 2, & 1 \leq x < 2, \\ -x^2 + 2x + 4, & x \geq 2. \end{cases}$
- 22.** а) $y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6x^{2n}+11}{7x^{2n}+2},$ б) $y = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2}, & |x| \leq 2, \\ x^2 - 4, & x > 2, \\ x + 3, & x < -2. \end{cases}$