

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теории функций

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
для студентов механико-математического факультета

МИНСК
БГУ
2012

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Студент выполняет индивидуальные задания в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя.

На обложке тетради студент указывает свою фамилию, имя, номер учебной группы и вариант индивидуального задания.

Решения задач следует излагать в порядке номеров, указанных в задании.

Решения задач излагать **подробно и аккуратно, выполняя все необходимые теоретические обоснования.**

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 7
«ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ И ПОСТРОЕНИЕ
ГРАФИКОВ»

1. С помощью производных высших порядков исследовать поведение функции в окрестности точки x_0 :

1. $y = x^2 - 4x - (x - 2) \ln(x - 1), \quad x_0 = 2.$

2. $y = 4x - x^2 - 2 \cos(x - 2), \quad x_0 = 2.$

3. $y = 6e^{x-2} - x^3 + 3x^2 - 6x, \quad x_0 = 2.$

4. $y = 2 \ln(x + 1) - 2x + x^2 + 1, \quad x_0 = 0.$

5. $y = 2x - x^2 - 2 \cos(x - 1), \quad x_0 = 1.$

6. $y = \cos^2(x + 1) + x^2 + 2x, \quad x_0 = -1.$

7. $y = 2 \ln x + x^2 - 4x + 3, \quad x_0 = 1.$

8. $y = 1 - 2x - x^2 - 2 \cos(x + 1), \quad x_0 = -1.$

9. $y = x^2 + 6x + 8 - 2e^{x+2}, \quad x_0 = -2.$

10. $y = 4x + x^2 - 2e^{x+1}, \quad x_0 = -1.$

11. $y = (x + 1) \sin(x + 1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

12. $y = 6e^{x-1} - 3x - x^3, \quad x_0 = 1.$

13. $y = 2x + x^2 - (x + 1) \ln(2 + x), \quad x_0 = -1.$

14. $y = \sin^2(x + 1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

15. $y = x^2 + 4x + \cos^2(x + 2), \quad x_0 = -2.$

16. $y = x^2 + 2 \ln(x + 2), \quad x_0 = -1.$

17. $y = 4x - x^2 + (x - 2) \sin(x - 2), \quad x_0 = 2.$

18. $y = 6e^x - x^3 - 3x^2 - 6x - 5, \quad x_0 = 0.$

19. $y = x^2 - 2x - 2e^{x-2}, \quad x_0 = 2.$

20. $y = \sin^2(x + 2) - x^2 - 4x - 4, \quad x_0 = -2.$

21. $y = \cos^2(x - 1) + x^2 - 2x, \quad x_0 = 1.$

22. $y = x^2 - 2x - (x - 1) \ln x, \quad x_0 = 1.$

2. Найти асимптоты и с их помощью построить эскиз графика функции:

1. $y = \frac{17-x^2}{4x-5}.$

2. $y = \frac{x^2+1}{\sqrt{4x^2-3}}.$

3. $y = \frac{x^3-4x}{3x^2-4}.$

4. $y = \frac{4x^2+9}{4x+8}.$

5. $y = \frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2}.$

6. $y = \frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}.$

7. $y = \frac{2x^2-6}{x-2}.$

8. $y = \frac{2x^3+2x^2-3x-1}{2-4x^2}.$

9. $y = \frac{x^3-5x}{5-3x^2}.$

10. $y = \frac{2x^2-6x+4}{3x-2}.$

11. $y = \frac{2-x^2}{\sqrt{9x^2-4}}.$

12. $y = \frac{4x^3-3x}{4x^2-1}.$

13. $y = \frac{3x^2-7}{2x+1}.$

14. $y = \frac{x^2+16}{\sqrt{9x^2-8}}.$

15. $y = \frac{x^3+3x^2-2x-2}{\sqrt{2-3x^2}}.$

16. $y = \frac{21-x^2}{7x+9}.$

17. $y = \frac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-2}}.$

18. $y = \frac{2x^3-3x^2-2x+1}{1-3x^2}.$

19. $y = \frac{x^2-11}{4x-3}.$

20. $y = \frac{2x^2-9}{\sqrt{x^2-1}}.$

21. $y = \frac{x^3-2x^2-3x+2}{1-x^2}.$

22. $y = \frac{x^2+2x-1}{2x+1}.$

3. Провести полное исследование функций и построить их графики:

- | | |
|---|--|
| 1. а) $y = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^3};$ | б) $y = \frac{x}{3} \cdot \operatorname{arctg} x.$ |
| 2. а) $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} + \sqrt{(x+2)^2};$ | б) $y = \frac{e^x}{2x+1}.$ |
| 3. а) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2};$ | б) $y = \frac{\ln x }{\sqrt{ x }}.$ |
| 4. а) $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1-x^2}};$ | б) $y = e^{\frac{1}{x}} \cdot (x-2).$ |
| 5. а) $y = \frac{x^4}{x^3-1};$ | б) $y = \frac{\cos 2x}{\cos x}.$ |
| 6. а) $y = \frac{x}{\sqrt[3]{(x-2)^2}};$ | б) $y = \frac{x}{2} - \operatorname{arctg} x.$ |
| 7. а) $y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2};$ | б) $y = x^{2/3} \cdot e^x.$ |
| 8. а) $y = (x-5) \cdot x^{2/3};$ | б) $y = \frac{3}{2} \arcsin \frac{2x}{x^2+1}.$ |
| 9. а) $y = \frac{x^4}{(x+1)^3};$ | б) $y = x + \ln(x^2-1).$ |
| 10. а) $y = \frac{x^3}{x^2-1};$ | б) $y = \frac{1}{\operatorname{arctg} x}.$ |
| 11. а) $y = \frac{(x-1)^5}{(x-2)^4};$ | б) $y = x \cdot e^{-x^2/2}.$ |
| 12. а) $y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}};$ | б) $y = x \cdot \ln^2 x .$ |
| 13. а) $y = \frac{x^4}{x^3+2};$ | б) $y = e^{\cos x}.$ |
| 14. а) $y = \sqrt[4]{x^4 - 4x^3};$ | б) $y = \frac{x}{\ln x}.$ |
| 15. а) $y = \frac{(x-1)^3}{(2-x)^2};$ | б) $y = x^2 \cdot e^{1/x}.$ |
| 16. а) $y = \sqrt[3]{x^3 - 4x};$ | б) $y = \frac{x}{2} + 2 \operatorname{arctg} x.$ |
| 17. а) $y = \frac{(2-x)^3}{(2+x)^2};$ | б) $y = \frac{e^{2x}}{3x+1}.$ |

18. а) $y = \sqrt[5]{(x-4)^4} + \sqrt{(x+4)^2}$; б) $y = \frac{\ln(x^2)}{\sqrt[4]{x^2}}$.

19. а) $y = \frac{4x-3}{(x-2)^2}$; б) $y = e^{\frac{1}{x}} \cdot (x-4)$.

20. а) $y = \frac{x}{\sqrt[5]{1-x^4}}$; б) $y = \frac{\cos 3x}{\cos x}$.

21. а) $y = \frac{x^6}{x^5-32}$; б) $y = \frac{2x}{3} - \operatorname{arctg} 2x$.

22. а) $y = \frac{x}{\sqrt[5]{(x-4)^2}}$; б) $y = x^{2/5} \cdot e^x$.

4. Провести полное исследование функций и построить их графики:

1. а) $y = (2x+3)e^{-2(x+1)}$; б) $y = e^{\sin x + \cos x}$.

2. а) $y = 3 \ln \frac{x}{x-3} - 1$; б) $y = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}} \right)$.

3. а) $y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$; б) $y = \ln(\sin x + \cos x)$.

4. а) $y = \ln \frac{x}{x+2} + 1$; б) $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$.

5. а) $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$; б) $y = e^{\sqrt{2} \sin x}$.

6. а) $y = (3-x)e^{x-2}$; б) $y = \operatorname{arctg}(\sin x)$.

7. а) $y = 3 - 3 \ln \frac{x}{x+4}$; б) $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

8. а) $y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$; б) $y = \ln(\sqrt{2} \sin x)$.

9. а) $y = (x-2)e^{3-x}$; б) $y = e^{\sin x - \cos x}$.

10. а) $y = -(2x+1)e^{2(x+1)}$; б) $y = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}} \right)$.

11. а) $y = \ln \frac{x}{x-2} - 2$; б) $y = e^{-\sqrt{2} \cos x}$.

12. а) $y = \frac{e^{2(x+2)}}{2(x+2)}$;

б) $y = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

13. а) $y = (2x + 5)e^{-2(x+2)}$;

б) $y = \ln(\sin x - \cos x)$.

14. а) $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$;

б) $y = -\operatorname{arctg}(\cos x)$.

15. а) $y = 2 \ln \frac{x}{x+1} - 1$;

б) $y = \ln(-\sqrt{2} \cos x)$.

16. а) $y = (4 - x)e^{x-3}$;

б) $y = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

17. а) $y = 2 \ln \frac{x+3}{x} - 3$;

б) $y = e^{-\sin x - \cos x}$.

18. а) $y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x+2)}$;

б) $y = \sqrt[3]{\sin x}$.

19. а) $y = 2 \ln \frac{x}{x-4} - 3$;

б) $y = \sqrt{\frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}}$.

20. а) $y = -\frac{e^{-(x+2)}}{x+2}$;

б) $y = \ln(-\sin x - \cos x)$.

21. а) $y = (2x - 1)e^{2(1-x)}$;

б) $y = e^{-\sqrt{2} \sin x}$.

22. а) $y = \ln \frac{x}{x+5} - 1$;

б) $y = \sqrt[3]{\cos x}$.

5. Построить график функции, заданной в полярных координатах:

1. $r = 4 \cos 3\varphi$.

2. $r = 3(1 + \cos \varphi)$.

3. $r = 2\sqrt{\sin 2\varphi}$.

4. $r = 5|\sin 2\varphi|$.

5. $r = 2 + \cos \varphi$.

6. $r = 3 \cos 5\varphi$.

7. $r = 4(1 - \cos \varphi)$.

8. $r = 2|\cos 4\varphi|$.

9. $r = 1 - 2 \cos \varphi$.

10. $r = 6\sqrt{\cos 2\varphi}$.

11. $r = \sin 3\varphi$.

12. $r = 2 \cos \varphi + 3$.

13. $r = \sqrt{|\sin 2\varphi|}$.

14. $r = 1 + 2 \cos \varphi$.

15. $r = \frac{2}{\sqrt{\cos 3\varphi}}$.

16. $r = 8|\cos 2\varphi|$.

17. $r = 2(1 - \sin \varphi)$.

18. $r = 3|\sin 4\varphi|$.

19. $r = 2 - 4 \sin \varphi$.

20. $r = 9\sqrt{\sin 2\varphi}$.

21. $r = \cos 4\varphi$.

22. $r = 3 \sin \varphi + 2$.