

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теории функций

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
для студентов механико-математического факультета

МИНСК
БГУ
2012

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Студент выполняет индивидуальные задания в отдельной тетради, оставляя поля для замечаний преподавателя.

На обложке тетради студент указывает свою фамилию, имя, номер учебной группы и вариант индивидуального задания.

Решения задач следует излагать в порядке номеров, указанных в задании.

Решения задач излагать **подробно и аккуратно, выполняя все необходимые теоретические обоснования.**

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ 15 «ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ»

1. Исследовать функциональную последовательность на равномерную сходимость на множестве E :

$$1. f_n(x) = \frac{2nx}{1+2x+n}, \quad E = \left[0; \frac{1}{2}\right].$$

$$2. f_n(x) = \frac{2nx}{1+n^2x^2}; \quad E = [0; 1].$$

$$3. f_n(x) = \sqrt{4x^2 + \frac{1}{n^2}}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$4. f_n(x) = \sqrt{n} (\sqrt{nx+1} - \sqrt{nx}); \quad E = (0; +\infty).$$

$$5. f_n(x) = \frac{2nx}{1+n^2x^2}; \quad E = (1; +\infty).$$

$$6. f_n(x) = \sin \frac{x}{n}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$7. f_n(x) = \frac{\cos nx}{n}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$8. f_n(x) = \frac{1}{n} \sqrt{n^2x^2 + 1}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$9. f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$10. f_n(x) = n \left(\sqrt{2x + \frac{1}{n}} - \sqrt{2x} \right); \quad E = (0; +\infty).$$

$$11. f_n(x) = \cos \frac{x}{n}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$12. f_n(x) = \frac{nx}{1+\frac{n^2x^2}{4}}; \quad E = [0; 2].$$

$$13. f_n(x) = x^n(1 - x^n); \quad E = [0; 1].$$

$$14. f_n(x) = 2^n x^n(1 - 2x); \quad E = \left[0; \frac{1}{2}\right].$$

$$15. f_n(x) = \frac{1}{n} \sqrt{1 + 4x^2n^2}; \quad E = \mathbb{R}.$$

$$16. f_n(x) = \frac{nx}{1 + \frac{n^2 x^2}{4}}; \quad E = (2; +\infty).$$

$$17. f_n(x) = \frac{n^2}{n^2 + x^2}; \quad E = [-1; 1].$$

$$18. f_n(x) = \frac{\operatorname{arctg} nx}{\sqrt{n+x}}; \quad E = [0; +\infty).$$

$$19. f_n(x) = \sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x}; \quad E = [0; +\infty).$$

$$20. f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2 x^2}; \quad E = [0; 2].$$

$$21. f_n(x) = \ln \left(3 + \frac{n^2 e^x}{n^4 + e^{2x}} \right); \quad E = [0; +\infty).$$

$$22. f_n(x) = n \sin \frac{1}{nx}; \quad E = [1; +\infty).$$

2. Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{1}{(3x^2+4x+2)^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (x^2 - 4x + 6)^n.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n+1} \frac{1}{(27x^2+12x+2)^n}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n}{n+1} \frac{1}{(3x^2+8x+6)^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2-6x+12)^n}{4^n(n^2+1)}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\sqrt[3]{n^2} + \sqrt{n+1} \right)^{2x+1}}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^3}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{x+n}}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2-5x+11)^n}{5^n(n^2+5)}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+x)}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^2}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+x^n}{1-x^n}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{xn^x}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{nx^2-1}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n(n^2+1)}(25x^2+1)^n.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{x^2+n^2}.$$

3. Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n} x^{2n} \sin(x + \pi n).$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n} x^{4n} \sin(2x - \pi n).$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} 8^n n^2 \sin^{3n} x.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}} x^{2n} \cos(x - \pi n).$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{\sqrt[3]{n}} x^{4n} \sin(3x + \pi n).$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n} x^{2n} \sin(5x - \pi n).$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{\sqrt[4]{3n}} x^{2n} \cos(x + \pi n).$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{2n} x^{2n} \sin(3x - \pi n).$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \sin \frac{x}{n}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{2n} x^n \sin \frac{x}{2n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n} x^n \sin \frac{2x}{n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^{3n} \sin \frac{3x}{\sqrt{n}}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n \operatorname{tg} \frac{3x}{n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} \sin^{2n}(2x).$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} x^{3n} \operatorname{tg} \frac{2x}{3n}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{3n}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} 16^n x^{3n} \arcsin \frac{x}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} 32^n x^{5n} \arcsin \frac{x}{\sqrt{n}}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \operatorname{tg}^n x.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{x}{2(n+3)}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} 27^n x^{3n} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2n+3}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^2} \sin^{3n} x.$$

4. Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 \sqrt{x-2} \cdot e^{-\frac{n^2}{(x-1)^3}}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n(x+\frac{1}{n})}{\sqrt{x-e}}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \cdot 5^{-n/(x+1)^2}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sqrt{x-1} \cdot e^{-n/x}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(1-x\sqrt{n})^2}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 3^{n/(x-1)}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} 5^{-n^3 \sin \frac{x^2+1}{n}}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x-1)}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} 5^{nx} \operatorname{arctg} \frac{x}{7^{nx}(x-1)}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+2)}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^n \cdot 3^{-n/x^2}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+e)}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} e^{n^2 \sin \frac{x^2+1}{n}}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-n/\cos x}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln(1+\frac{1}{n}) + \ln \ln x)}{\sqrt{x-e^{1/e}}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\ln|x|}}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(x+\frac{1}{e})}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n \frac{x \ln n}{x-n}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{e^{n \sin x}}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^{-n^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{n|x|}}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^{-n^2 \ln(1+\frac{x}{n})}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{n}{x-1}}{e^{n\sqrt{x}}}.$$

5. Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x-3)^n}{5^n(n+1)}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{9^n n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5 x^{2n}}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n(x-2)^n}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n(3n+1)}.$$

$$12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\sqrt{n}}{n^2+1} (x-2)^n.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9^n n (x-1)^{2n}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} (x+5)^{2n+1}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)}.$$

$$21. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2) (x-3)^{2n}}.$$

$$22. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}.$$

6. Определить область абсолютной и условной сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^n.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1} \left(\frac{x}{x+1} \right)^n.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1} \left(\frac{x+1}{x} \right)^n.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} \left(\frac{2+x}{2-x} \right)^n.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} (x+1)^n.$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-\frac{1}{2}} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+3n} \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^n.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cos^n x}{n^2}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2-1} \left(\frac{x}{x+1} \right)^n.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2} \left(\frac{2x+1}{x} \right)^n.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+2} \left(\frac{2-x}{2+x} \right)^n.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^n.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \left(\frac{x}{x+2} \right)^n.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \sin^n x}{n^3}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} (x-1)^n.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n+3} \left(\frac{3-x}{3+x} \right)^n.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+7} \left(\frac{4+x}{4-x} \right)^n.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^n.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{4n+1} \left(\frac{x}{x+3} \right)^n.$$

7. Доказать по определению равномерную сходимость ряда на отрезке $[0; 1]$. Найти, при каких n абсолютная величина остатка ряда не превосходит $0, 1$ для всех $x \in [0; 1]$:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-11}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-6}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-6}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-5}}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-5}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-9}.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{3n-4}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-2}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-11}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-7}}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-10}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-8}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-4}}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n-3}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{8n-12}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-7}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-8}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{6n-10}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4n-7}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{5n-7}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{7n-13}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-21}}.$$

8. Пользуясь признаком Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость функционального ряда на указанном множестве:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2+n^2}, \quad \mathbb{R}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n\sqrt{n}}, \quad \mathbb{R}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x+3^n}, \quad [1; +\infty).$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin nx}{1+n+n^3}, \quad \mathbb{R}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(1+x)^n}, \quad (2; +\infty).$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}(1+x), \quad (-5; 5).$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{1+n+n^2}, \quad \mathbb{R}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+2)^n}, \quad \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin nx}{(x+2)^n}, \quad \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right).$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n+x}, \quad (-1; +\infty).$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt{n^3+x}}, \quad [0; +\infty).$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{\sqrt{(x^2+n)^3}}, \quad [0; +\infty).$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt{n(n^2+1)}}, \quad \mathbb{R}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt[3]{n^4+x^2}}, \quad \mathbb{R}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt[3]{n^4+x^4}}, \quad \mathbb{R}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1+n^4x^2}, \quad [0; +\infty).$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(2nx)}{1+n^2}, \quad \mathbb{R}.$$

$$18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^5x}}, \quad \left(\frac{1}{5}; +\infty\right).$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{2n^3+x^3n^3}, \quad (0; +\infty). \quad 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi nx)}{n \ln^2 n}, \quad \mathbb{R}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^4+n^6}, \quad \mathbb{R}. \quad 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \arcsin \frac{x}{n}}{n^3+n^2+8}, \quad (-1; 1).$$

9. С помощью признака Вейерштрасса доказать равномерную сходимость ряда на указанном отрезке:

$$1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1} \cos nx}{\sqrt[3]{n^5+1}}, \quad [0; 2]. \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n}, \quad \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right].$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}, \quad [-2; 2]. \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n, \quad \left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right].$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} x^{n!}, \quad \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]. \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{5^n n}, \quad [-1; 6].$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{(2n+1)\sqrt{n+1}}, \quad [2; 4]. \quad 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\pi-x) \cos^2 nx}{\sqrt[4]{n^7+1}}, \quad [0; \pi].$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{9^n n}, \quad [-1; 3]. \quad 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+3)^n}{n^n}, \quad [-5; -1].$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{(n+1)^2 \ln(n+1)}, \quad [1; 3]. \quad 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad [-3; 3].$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} x^{2n-1}}{(4n-3)^2}, \quad \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]. \quad 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^n n \ln n}, \quad [-2; 2].$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n n^2}, \quad [-7; -3]. \quad 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}, \quad [-3; -1].$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n}, \quad \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]. \quad 18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^4 x^{2n}}{2n+1}, \quad \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{n}, \quad \left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]. \quad 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2}, \quad [-6; -4].$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}, \quad [1; 3]. \quad 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1) \sin^2 nx}{n\sqrt{n+1}}, \quad [-3; 0].$$

10. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость в указанном промежутке:

- | | |
|--|---|
| 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{\sqrt{x+n^2}}, \quad [0; +\infty).$ | 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{n+x}, \quad [1; +\infty).$ |
| 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{n+1+x}, \quad [0; 3].$ | 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{x^2+n^2}}, \quad \mathbb{R}.$ |
| 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{\pi n}{2}}{n+\sin x}, \quad [0; +\infty).$ | 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1+\cos x}, \quad \mathbb{R}.$ |
| 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{n+\cos x}, \quad [0; 2\pi].$ | 8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{\sqrt{n+x}}, \quad [0; +\infty).$ |
| 9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sin x}, \quad [0; 2\pi].$ | 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{\sqrt[3]{n^3+x^2}}, \quad \mathbb{R}.$ |
| 11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{n+\sqrt{n+x}}, \quad [0; 2].$ | 12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt{n+x}}, \quad [0; 4].$ |
| 13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{x+n^2}}, \quad [0; +\infty).$ | 14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\cos x}, \quad [0; +\infty).$ |
| 15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{2}}{\sqrt{n+x^2}}, \quad \mathbb{R}.$ | 16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{\pi n}{2}}{n+\sqrt{1+x}}, \quad [-\frac{1}{2}; +\infty).$ |
| 17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+2+\sin x}, \quad \mathbb{R}.$ | 18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{3}}{n+\cos^2 x}, \quad [0; 2\pi].$ |
| 19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n}{3}}{\sqrt[3]{n+2x}}, \quad [0; +\infty).$ | 20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+\sin^2 x}, \quad [0; 2\pi].$ |
| 21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2\pi n}{3}}{\sqrt[5]{n^5+x^4}}, \quad \mathbb{R}.$ | 22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2\pi n}{3}}{2n+\sqrt[3]{n+3x}}, \quad [0; 2].$ |