

1. [3 б.] Однажды на лестнице была найдена странная тетрадь. В ней было записано сто утверждений:

«В этой тетради ровно одно неверное утверждение»;

«В этой тетради ровно два неверных утверждения»;

«В этой тетради ровно три неверных утверждения»;

...

«В этой тетради ровно 2010 неверных утверждений».

Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

2. [3 б.] В одной чашке 8 ложек чая, во второй – 8 ложек молока. Ложку молока перелили из второй чашки в первую. Затем ложку чая с молоком перелили обратно из первой чашки во вторую. Чего оказалось больше чая в молоке или молока в чае? Ответ обоснуйте.

3. [3 б.] При каких значениях переменной x наибольшим слагаемым является слагаемое содержащее в разложении бинома Ньютона $(5 + 3x)^{10}$ множитель x^3 ?

4. [4 б.] Найдите число действительных корней производной $f'(x)$ функции

$$f(x) = x(x^2 - 9)(x^2 - 4).$$

5. [4 б.] По истечении банковского года вклад A_0 увеличивается на $p\%$. При увеличении p на величину b , вклад A_0 через n лет стал в два раза больше по сравнению со вкладом при обычной годовой процентной ставке p . Найдите годовую процентную ставку p .

6. [5 б.] Турист, приехавший в Минск на поезде, целый день бродил по городу. Поужинав в кафе на одной из площадей, он решил вернуться на железнодорожный вокзал и при этом идти только по тем улицам, по которым он проходил нечетное число раз. Докажите, что он сможет это сделать.

7. [5 б.] Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ – некоторые положительные константы. Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\alpha_1^n + \alpha_2^n + \dots + \alpha_k^n}.$$

8. [7 б.] Сосуд в форме прямого кругового цилиндра с радиусом основания R и высотой H заполнен водой. Затем этот сосуд наклоняют, и часть воды при этом выливается, в результате под водой оказывается точно половина дна сосуда. Вычислите объем V оставшейся в сосуде воды.

9. [8 б.] Четыре игрока А, Б, В, Г бросают каждый свою персональную игральную кость. На гранях костей указано следующее число очков (порядок граней не имеет значения)

А:	0	0	4	4	4	4
Б:	3	3	3	3	3	3
В:	2	2	2	2	7	7
Г:	1	1	1	5	5	5

Будем считать ту кость, которая чаще выигрывает, чем проигрывает, «лучше» той, которая чаще проигрывает, чем выигрывает. Расположите кости в порядке возрастания их свойства «лучше».

10. [8 б.] В матрице A размера 2010×2010 на главной диагонали стоят нули, а остальные элементы равны -1 или 1 . Докажите, что $\det A \neq 0$.