

**VIII олимпиада по математике**  
**для студентов нематематических специальностей БГУ «МОН-2015»**  
**29 апреля 2015 г.**

**Задача 1.** Составить уравнение геометрического места точек  $M(x; y)$ , для каждой из которых отрезки касательных, проведенных к окружностям

$$x^2 + y^2 - 4 = 0 \quad \text{и} \quad (x - 2)^2 + y^2 - 1 = 0,$$

были бы равны между собой.

**Задача 2.** Вычислите предел:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin(x)}{4x - 2 \cos(x)}$ .

**Задача 3.** В шахматном турнире за победу дается 1 очко, за ничью дается 0,5 очка, за проигрыш – 0 очков. В турнире участвовало два студента из Беларуси и несколько студентов из других стран Европы. Каждый играл с каждым другим ровно один раз. Два участника от Беларуси набрали 8 очков, а все остальные участники набрали поровну очков. Найдите число участников турнира, не являющихся представителями Беларуси.

**Задача 4.** Для ненулевых векторов  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$ , заданных в  $\mathbb{R}^3$ , найдите длину вектора:

$$([\vec{a}_1, \vec{a}_2], [\vec{a}_3, \vec{a}_4]) - \begin{vmatrix} (\vec{a}_1, \vec{a}_3) & (\vec{a}_1, \vec{a}_4) \\ (\vec{a}_2, \vec{a}_3) & (\vec{a}_2, \vec{a}_4) \end{vmatrix}.$$

**Задача 5.** Брошены 10 игральные кости. Найдите вероятность события  $A = \{\text{на верхних гранях 10 игральные кости выпало ровно две шестерки и ровно три пятерки}\}$ . Ответ запишите в виде несократимой обыкновенной дроби.

**Задача 6.** Найдите производную функции:  $f(x) = \ln(x + \ln(x + \ln(x + \dots)))$ .

**Задача 7.** По истечении банковского года вклад  $A_0$  увеличивается на  $p\%$ . При увеличении  $p$  на величину  $b > 0$ , вклад  $A_0$  через  $n$  лет увеличится в три раза больше, чем при годовой процентной ставке  $p$ . Найдите годовую процентную ставку  $p$ .

**Задача 8.** Найдите обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $A^3 + 3A - 5E = 0$ , где  $E$  – единичная матрица порядка  $n \times n$ .

**Задача 9.** Найдите наибольшее число квартир в стоквартирном доме, у которых сумма цифр квартирного номера одинакова.

**Задача 10.** Вычислите значение выражения:  $A = i^i + 2015$ , где  $i = \sqrt{-1}$ .

---

*Максимальная оценка за каждую задачу равна 5 баллам.*