

**ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**«АБИТУРИЕНТ ММФ 2018»**  
г. Минск, 7 апреля 2018 года

**Задача 1.** Постройте график функции  $f(x)$  и укажите алгоритм его построения, если

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}.$$

**Задача 2.** Действительные переменные  $x, y, z, t$  таковы, что справедливы неравенства  $1 \leq x \leq y \leq z \leq t \leq 100$ . Найдите наименьшее значение выражения

$$\frac{x}{y} + \frac{z}{t}.$$

**Задача 3.** На координатной плоскости задан круг радиуса  $\sqrt{7}$  с центром в точке  $(2; 3)$ . Найдите все точки вне этого круга, координаты которых удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} 3^x + 3^{y-\frac{1}{2}} = 4, \\ (2x - y)^2 = \frac{9}{4}. \end{cases}$$

**Задача 4.** В трапеции  $ABCD$  длина основания  $BC$  равна 2 см, длины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 8 см и 10 см. Биссектриса угла  $ADC$  делит сторону  $AB$  на две равные части. Найдите площадь трапеции.

**Задача 5.** Внутри некоторого треугольника  $ABC$  поставили точку  $D$ , затем  $D$  соединили отрезками с вершинами треугольника  $ABC$ . Могут ли величины девяти углов построенных треугольников  $ABD, BDC, CDA$  образовывать арифметическую прогрессию? Ответ обоснуйте.

**Задача 6.** Решите уравнение:

$$\log_{\cos(x)} \left( \frac{\sin(2x)}{\sqrt{2}} - \sin^2(x) + \cos(x) - \sqrt{2} \sin(x) \right) = 2.$$

~~~~~

- \* Решение задач следует сдавать на отдельных листах с указанием номера задачи.
- \*\* При выполнении заданий олимпиады запрещено пользоваться калькуляторами и всеми другими электронными устройствами.
- \*\*\* Каждая задача оценивается максимально десятью баллами.