ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
«АБИТУРИЕНТ ММФ 2019»

г. Минск, 14 апреля 2019 года

Задача 1. Найдите решения уравнения

$$\left(\cos(6x)-3\cos(3x)+2\right)\cdot\left(5\cos(2x)+\operatorname{tg}(x)+1\right)=0,$$

для которых

$$20\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{18}\right)<3.$$

Задача 2. Числа a, b, c, d, удовлетворяющие двум равенствам $a+d=10$ и $a\cdot d=7$, являются последовательными членами геометрической последовательности. Найдите: 1) b^3+c^3; 2) число b.

Задача 3. На координатной плоскости построены две параболы: $y=-x^2+4$ и $y=x^2+2x+8$. К данным параболам проведены две общие касательные. Найдите уравнения этих общих касательных.

Задача 4. В окружность вписан равнобедренный треугольник *ABC*, у которого основание *AC* = 5, а величина внутреннего угла при вершине *B* равна $2\arccos\left(\sqrt{\frac{5}{6}}\right)$. Прямая *CD*, перпендикулярная стороне *AB*, пересекает окружность в точке *P*. Касательная к окружности, проходящая через точку *P*, пересекает прямую *AB* в точке *Q*. Найдите длины отрезков: 1) *PA;* 2) *PQ*.

Задача 5. Решите неравенство:

$$\log_{|x+2|}\left(4^{-x}-1\right)<\log_{|x+2|}\left(2^{-x}+1\right)+\log_{|x+2|}\left(2^{-x-1}+1\right).$$

~~~~~~

* Решение задач следует сдавать на отдельных листах с указанием номера задачи.

** При выполнении заданий олимпиады запрещено пользоваться калькуляторами и всеми другими электронными устройствами.

*** Каждая задача оценивается максимально десятью баллами.
~~~~~~