

ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
«АБИТУРИЕНТ ММФ-2021»
23 апреля 2021 г.

Задача 1

Опишите в трех предложениях, основные математические свойства «числа Шехеразады» 1001.

Задача 2

Длины оснований трапеции равны a и b . Прямая пересекает боковые стороны трапеции так, что одну из них делит на две равные части, а другую делит в отношении 1:3. Определите, в каком отношении прямая делит площадь трапеции.

Задача 3

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} y + |x + 1| = 1, \\ |y - x| = 5. \end{cases}$$

Задача 4

Решите неравенство

$$\log_x(10x + 3) \cdot \log_{10x}(3x + 10) \geq 0.$$

Задача 5

При каких значениях действительного параметра a уравнение

$$(x^2 - x + a^2 + 2)^2 = 4a^2(2x^2 - x + 2).$$

имеет ровно три различных решения?

Задача 6

Решите уравнение

$$4 \sin^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 5.$$

Задача 7

В трехгранный угол с вершиной A куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ вписан шар, касающийся внешним образом шара, вписанного в куб. Найдите отношение радиуса меньшего шара к радиусу большего.