

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе БГУ

(подпись)

А.Л.Телстик

(И.О.Фамилия)

22.11.17

(дата утверждения)

Регистрационный № УД-5048 /уч.

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ, СПЕЦИАЛИЗАЦИИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по государственному экзамену для специальности
1-31 03 01 Математика (по направлениям)
направления специальности
1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)**

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 (30.08.2013) и учебного плана (регистрационный № G31-135/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 01 Математика, направления специальности 1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность).

СОСТАВИТЕЛИ:

- Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
- В.В. Беньш-Кривец, зав. кафедрой высшей алгебра и защиты информации, доктор физ.-мат. наук, профессор;
- А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
- В.И. Громак, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, доктор физ.-мат. наук, профессор;
- В.Г. Кротов, зав. кафедрой теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;
- А.В. Лебедев, зав. кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
- О.И. Мельников, профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, доцент;
- Ю.М. Метельский, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;
- В.Я. Степанец, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;
- В.П. Супрун, доцент кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат технических наук, доцент;
- Н.И. Юрчук, профессор кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;
- В.И. Янчевский, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корр. НАН Беларуси;
- Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол № 2 от 26.10 2017 г.);

Советом механико-математического факультета (протокол № 2 от 31.10 2017 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 15.11 2017 г.).

Ответственный за редакцию: Н.Б. Яблонская

Ответственный за выпуск: В.Г. Кротов



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На государственном экзамене по специальности студент должен **знать:**

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены Государственной экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Алгебра и теория чисел

Тема 1.1 Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Тема 1.2 Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Тема 1.3 Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 1.4 Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 1.5 Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 1.6 Системы линейных уравнений

Матричная запись линейной системы. Теорема Кронекера–Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 1.7 Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора.

Тема 1.8 Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Тема 1.9 Билинейные и квадратичные формы

Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы. Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Тема 1.10 Евклидовы пространства

Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

РАЗДЕЛ II. Аналитическая геометрия

Тема 2.1 Векторы

Понятие вектора в пространстве E^3 . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2.2 Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 . Понятие аффинного пространства A^n , аффинные реперы в A^n . k -мерные плоскости в A^n , способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости E^2 и пространства E^3 , аффинная геометрия.

Тема 2.3 Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства E^n , ортогональность плоскостей в E^n . Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости E^2 и пространства E^3 , евклидова геометрия.

Тема 2.4 Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве E^3 . Фигуры второго порядка в пространствах A^n и E^n .

РАЗДЕЛ III. Математический анализ

Тема 3.1 Множества и функции.

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 3.2 Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 3.3 Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменной, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталя. Формула Тейлора с остатками Пеано и Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 3.4 Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 3.5 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

РАЗДЕЛ IV. Математическая логика

Тема 4.1 Высказывания

Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема минимизации. Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления высказываний. Теорема дедукции. Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний.

Тема 4.2 Предикаты

Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения. Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов.

РАЗДЕЛ V. Теория булевых функций

Тема 5.1 Булевы функции

Определение, способы задания. Задача минимизации булевых функций в классе дизъюнктивных форм (ДНФ). Методы минимизации. Замыкание. Основные замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте (необходимость и достаточность).

Тема 5.2 Логический синтез

Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы логического синтеза.

РАЗДЕЛ VI. Дискретная математика и теория графов

Тема 6.1 Определение графа

Определение графа. Примеры графов. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Маршруты и их типы. Критерий двудольности графа.

Тема 6.2 Деревья

Эквивалентные определения деревьев. Деревья и остовы. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях. Алгоритм нахождения минимального остова.

Тема 6.3 Паросочетания и независимость

Число паросочетания и число независимости. Оценки числа независимости. Теорема Холла о паросочетаниях.

Тема 6.4 Обходы графов

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Разбиение ребер графа на наибольшее число реберно-непересекающихся цепей. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

Тема 6.5 Раскраска графов и планарность

Раскраска графов. Хроматическое число и его оценки. Теорема Брукса. Хроматический индекс. Теорема Визинга. Плоские и планарные графы. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского.

РАЗДЕЛ VII. Основы математической кибернетики

Тема 7.1 Линейное программирование

Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного перограммирования с помощью искусственного базиса. Двойственные задачи. Теорема двойственности. Матричные игры. Основная теорема матричных игр.

Тема 7.2 Методы решения экстремальных комбинаторных задач

Алгоритмы построения кратчайших цепей. Постановка задачи о потоке. Основная теорема о потоке. Решение задачи о назначении. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера. Динамическое программирование. Задача о рюкзаке. Задачи теории расписаний.

РАЗДЕЛ VIII. Построение и анализ алгоритмов

Тема 8.1 Принципы оценки трудоемкости комбинаторных алгоритмов

Алгоритмы сортировки. Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений. 2-3 дерева и реализуемые ими структуры.

Тема 8.2 Поиск в глубину

Правила поиска. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.

Тема 8.3 Понятие о классах P и NP .

NP -полные и NP -трудные задачи.

РАЗДЕЛ IX. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1 Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 9.2 Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 9.3 Системы и уравнения n -го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 9.4 Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

РАЗДЕЛ X. Уравнения математической физики

Тема 10.1 Уравнения с частными производными.

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны методом характеристик (формулы Даламбера). Решение смешанной задачи для уравнения колебаний струны методом Фурье.

Тема 10.2 Основные краевые задачи

Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций.

Тема 10.3 Принцип максимума

Теоремы единственности решений первой краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом Фурье.

РАЗДЕЛ XI. Основы математической электроники

Тема 11.1 Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве базовых логических элементов.

Тема 11.2 Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве сложных логических преобразователей информации.

Тема 11.3 ПЛМ, ПЗУ и их применение.

Тема 11.4 Микропроцессор, его устройство и функционирование.

РАЗДЕЛ XII. САПР аппаратно-программных систем

Тема 12.1 Системы на кристалле. Физико-математические основы схемотехнического расчета.

Тема 12.2 Физико-математические основы логического моделирования. Методы и алгоритмы проверки поведения цифровых схем.

Тема 12.3 Методы представления топологической информации в ЭВМ для проведения контроля.

Тема 12.4 Методы размещения элементов.

Тема 12.5 Методы трассировки соединений.

РАЗДЕЛ XIII. Функциональный анализ.

Тема 13.1 Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ -алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ -аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 13.2 Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Отображения: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 13.3 Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 13.4 Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

Тема 13.5 Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

РАЗДЕЛ XIV. Прикладная теория автоматов.

Тема 14.7 Абстрактные автоматы Мили и Мура. Способы задания. Минимизация абстрактных автоматов. Частичные автоматы Мили и Мура. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации. Структурные автоматы. Синтез логических схем структурных автоматов.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Алгебра

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.

2. Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

3. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц.

4. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.

5. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.

6. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.

7. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. **Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.**

8. Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству

Аналитическая геометрия

1. Векторы в пространстве E^3 , скалярное, векторное и смешанное произведения.

2. Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 .

3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.

4. **Классификация кривых второго порядка на плоскости E^2 .**

5. Понятие аффинного пространства A^n , примеры. Плоскости в A^n и их уравнения.

6. Аффинная оболочка множества точек. Взаимное расположение двух плоскостей в аффинном пространстве A^n .

7. Понятие евклидова точечного пространства E^n . Ортогональность плоскостей в E^n . **Расстояние от точки до плоскости.**

Математический анализ

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в R и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.

2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.
3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.
4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в R , лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.
5. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.**
6. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две теоремы Вейерштрасса).
7. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.
8. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений).
9. **Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.**
10. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.
11. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
12. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.
13. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).
14. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**
15. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.
16. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. **Лемма Римана-Лебега.** Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).
17. Дифференцируемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.
18. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.
19. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.
20. Интеграл Римана в R^n и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

21. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Функциональный анализ

1. Общее понятие меры. Продолжение меры. Продолжение меры по Лебегу. Меры Лебега и Лебега-Стилтьеса на R .
2. Интеграл Лебега и его свойства.
3. Пространства со скалярным произведением, гильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.
4. Пространство $L_p(T, \mu)$, неравенство Гёльдера, Минковского, полнота.
5. **Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений)** и его применение к интегральным уравнениям.
6. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры.
7. **Теорема о замыкании образа линейного, непрерывного оператора.** Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

Дифференциальные уравнения

1. **Критерий уравнения в полных дифференциалах.**
2. **Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.**
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.
5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.
6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
7. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.
2. **Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.**
3. **Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**
4. Теоремы единственности решения задачи Коши и первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
5. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона.
6. Свойства гармонических функций.

Математическая логика.

1. Алгебра высказываний. Формулы, тавтологии. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема минимизации.

2. Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость из гипотез. Теорема дедукции. Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний. Независимость аксиоматики.

3. Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.

4. Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов. Закон двойственности.

Дискретная математика и теория графов

1. Выборки, размещения, сочетания. Булеан. Бином Ньютона, следствия. Метод включения и исключения.

2. Определение графа. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Маршруты и их типы. Двудольные графы. Критерий двудольности.

3. Эквивалентные определения дерева.

4. Деревья и остовы. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Нахождение остова минимального веса.

5. Число независимости и число паросочетания графа. Оценки числа независимости. Теорема Холла о паросочетаниях.

6. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Покрытие ребер графа наименьшим числом реберно-непересекающихся цепей.

7. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

8. Вершинная раскраска графов. Хроматическое число и его оценки. Теорема Брукса.

9. Реберная раскраска графов. Хроматический индекс. Теорема Визинга.

10. Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера о плоских графах. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (необходимость).

Теория булевых функций

1. Определение булевой функции, способы задания. Задача минимизации функций в классе дизъюнктивных форм (ДНФ). Методы минимизации. Полиномы Жегалкина, методы построения. Основные замкнутые классы булевых функций.

2. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте (необходимость и достаточность).

3. Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы синтеза схем на элементах классического базиса.

Прикладная теория и автоматов.

1. Абстрактные автоматы Мили и Мура. Определение, способы задания. Эквивалентные автоматы. Минимизация абстрактных автоматов, метод минимизации.

2. Частичные автоматы Мили и Мура. Покрывающие автоматы. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации.

3. Структурные автоматы. Канонический метод структурного синтеза. Логическая схема структурного автомата.

Основы математической кибернетики

1. Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного программирования с помощью искусственного базиса.
2. Двойственные задачи. Теорема двойственности.
3. Матричные игры. Основная теорема матричных игр.
4. Алгоритмы построения кратчайших цепей.
5. Постановка задачи о потоке. Основная теорема о потоке.
6. Решение задачи о назначении.
7. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера.
8. Динамическое программирование. Решение задачи о рюкзаке.

Построение и анализ алгоритмов.

1. Алгоритмы сортировки. Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений. 2-3 дерева и реализуемые ими структуры.
2. Поиск в глубину. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.
3. *NP*-полные и *NP*-трудные задачи.
4. Метод «Разделяй и властвуй».

Основы математической электроники.

1. Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве базовых логических элементов.
2. Физико-математические основы реализации в микроэлектронном устройстве сложных логических преобразователей информации.
3. ПЛМ, ПЗУ и их применение.
4. Микропроцессор, его устройство и функционирование.

САПР аппаратно-программных систем.

1. Системы на кристалле. Физико-математические основы схемотехнического расчета.
2. Физико-математические основы логического моделирования. Методы и алгоритмы проверки поведения цифровых схем.
3. Методы представления топологической информации в ЭВМ для проведения контроля.
4. Методы размещения элементов.
5. Методы трассировки соединений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Высшэйшая школа, 1974.
10. Федорюк М.В. Обыкновенных дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1985.
11. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1992.
12. Антонец А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебник. Минск, БГУ, 2006.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
16. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
- 17.6. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П. Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
18. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
19. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
20. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.
21. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.

22. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.
23. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
24. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987
25. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.
26. Супрун В.П. Основы теории булевых функций. – М.: Ленанд / URSS, 2017. – 208 с.
27. Супрун В.П. Основы математической логики. – М.: Ленанд / URSS, 2017. – 200 с.