

«МОН-2019»
ХII олимпиада по математике
среди студентов нематематических специальностей БГУ
22 апреля 2019 г.

Задача 1. Один из корней многочлена $P_4(z) = z^4 + z^3 + 4z^2 + 6z + 8$ равен $z_1 = -1 - i$. Найдите: 1) разложение многочлена $P_4(z)$ на линейные множители; 2) разложение дроби $\frac{1}{P_4(z)}$ на простейшие дроби.

Задача 2. Рассматриваются три пакета акций. Суммарное количество акций первого и второго пакетов равно количеству акций в третьем пакете. Первый пакет в 4 раза дешевле второго. Суммарная стоимость первого и второго пакетов равна стоимости третьего пакета. Одна акция из второго пакета дороже одной акции из первого пакета на величину, заключенную в пределах от 16 руб. до 20 руб., а цена одной акции из третьего пакета не меньше 42 руб. и не больше 60 руб. Требуется: 1) найти наименьший процент от общего количества акций может содержаться в первом пакете; 2) найти наибольший процент от общего количества акций может содержаться в первом пакете; 3) на координатной плоскости построить геометрическое место точек, соответствующих стоимости одной акции первого пакета в зависимости от доли первого пакета.

Задача 3. Для действительной функции $f(x) = \frac{1}{x} + 4x^2$ найдите: 1) область определения и область значений; 2) точки экстремума; 3) точки перегиба; 4) уравнения асимптот к графику $f(x)$.

Задача 4. Вычислите предел $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{2}n(n+1)}\right) \right)$.

Задача 5. Решите относительно действительной переменной x уравнение $(\det(A+B))^2 + (\det(A-B))^2 = 4$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -4 \\ 1 & x & 2 \\ -3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 1 & x & -2 \\ -3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

Задача 6. Найдите угол, на который повернута прямоугольная система координат $Oxuz$ вокруг оси Oy , если координаты точки $M(1; 6; 3)$ в новой системе – $M'(-3; 6; -1)$. Сделайте поясняющий чертеж

~~~~~  
\* Максимальный балл за каждую задачу равен 10 баллам.

\*\* Решения задач следует сдавать на отдельных листах с указанием номера задачи.

\*\*\* При выполнении заданий олимпиады запрещено пользоваться калькуляторами и всеми другими электронными устройствами.