

Министерство образования Республики Беларусь

Белорусский государственный университет



Проректор по научной работе

В.Г.Сафонов

31.05.2018

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

01.01.09 «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Минск, 2018

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г.Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат.наук, доцент;

А.В.Лебедев, заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.М.Волков. профессор кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования, доктор физ.-мат. наук, профессор;

Ю.М.Метельский, доцент кафедры математической кибернетики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета (протокол №9 от 29 апреля 2018 г.)

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 20 апреля 2018 г.)

Кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 23 апреля 2018 г.)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 29 мая 2018 г.)

Ответственный за редакцию Ю.М.Метельский

Ответственный за выпуск Ю.М.Метельский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На вступительном экзамене в аспирантуру по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика поступающий должен

знать:

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены экзаменационной комиссии могут предлагать абитуриенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Комбинаторика

Логические правила комбинаторики. Перестановки и сочетания. Биномиальная теорема. Разбиения чисел и множеств. Полиномиальная теорема.

Метод включения и исключения.

Рекуррентные соотношения. Производящие функции.

2. Булевы функции

Способы задания булевых функций. Понятие логической формулы. Основные логические равносильности. Нормальные формы булевых функций. Разложение Шеннона. Проблема и методы минимизации булевых функций.

Замыкание множества булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте.

3. Математическая логика

Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема минимизации.

Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления высказываний. Теорема дедукции. Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний.

Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.

Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов.

4. Прикладная теория автоматов

Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы синтеза комбинационных автоматов.

Абстрактные автоматы Мили и Мура. Способы задания. Эквивалентность автоматов. Минимизация абстрактных автоматов.

Частичные автоматы Мили и Мура. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации.

Структурные автоматы. Синтез логических схем структурных автоматов.

5. Основы кибернетики

Линейное программирование. Строение множества планов. Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного программирования с помощью искусственного базиса. Двойственные задачи. Теорема двойственности.

Целочисленное линейное программирование. Метод отсечения Гомори.

Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке. Транспортная задача.

Задача о назначении и алгоритм ее решения. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера.

Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана. Задача о рюкзаке.

Теория игр. Игры двух лиц. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Теорема о минимаксе для матричных игр.

6. Теория алгоритмов

Принципы оценки трудоемкости комбинаторных алгоритмов. Алгоритмы сортировки. Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений.

2-3 деревья и реализуемые ими структуры.

Поиск в глубину. Выделение точек сочленения и двусвязных компонент. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.

Понятие о классах P и NP .

7. Теория графов

Графы. Способы задания. Изоморфизм графов. Маршруты, их типы и основные свойства. Связная компонента графа. Метрические характеристики графов. Двудольный граф. Критерий двудольности.

Деревья. Эквивалентные определения деревьев. Остов графа, его свойства. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Нахождение остова минимального веса.

Число вершинной независимости, его оценки. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в графе. Минимаксная теорема Кенига о бинарных матрицах. Теорема Холла о паросочетаниях в двудольном графе.

Числа вершинной и реберной связности. k -Связная компонента. Блоки и точки сочленения. 2-Связные графы, эквивалентные определения. Теорема Менгера о минимальном сепараторе. Критерий k -связности графа.

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

Вершинная раскраска графа. Хроматическое число и его оценки. Теорема Зыкова. Хроматический полином. Реберная раскраска графа. Теорема Визинга о хроматическом индексе.

Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Плоские триангуляции.

Гиперграфы. Реализация гиперграфа.

8. Теория кодирования

Алфавитное кодирование. Теорема Маркова об однозначности алфавитного декодирования.

Коды с минимальной избыточностью. Самокорректирующиеся коды. Коды Хэмминга.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

1. Логические правила комбинаторики. Перестановки и сочетания. Биномиальная теорема.
2. Разбиения чисел и множеств. Полиномиальная теорема.
3. Метод включения и исключения.
4. Рекуррентные соотношения.
5. Производящие функции.
6. Способы задания булевых функций. Понятие логической формулы. Основные логические равносильности.
7. Нормальные формы булевых функций. Разложение Шеннона. Проблема минимизации булевых функций.
8. Замыкание множества булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теорема Поста о функциональной полноте.
9. Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Проблема и методы минимизации булевых функций.
10. Исчисление высказываний. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления высказываний. Теорема дедукции. Полнота и непротиворечивость исчисления высказываний.
11. Логика предикатов. Кванторы, коллизия переменных. Формулы, приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.
12. Исчисление предикатов. Аксиоматика, правила вывода. Выводимость формул исчисления предикатов.
13. Понятие элементного базиса. Задача синтеза логических схем. Методы логического синтеза.
14. Абстрактные автоматы Мили и Мура. Способы задания. Минимизация абстрактных автоматов.
15. Частичные автоматы Мили и Мура. Задача минимизации частичных автоматов. Метод минимизации.
16. Структурные автоматы. Синтез логических схем структурных автоматов.
17. Линейное программирование. Строение множества планов. Теорема об улучшении опорного плана при решении задач линейного программирования симплекс-методом. Теоремы об оптимальности плана. Решение задач линейного программирования с помощью искусственного базиса.
18. Линейное программирование. Двойственные задачи. Теорема двойственности.
19. Целочисленное линейное программирование. Метод отсечения Гомори.
20. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке.
21. Транспортная задача.
22. Задача о назначении и алгоритм ее решения.
23. Метод ветвей и границ. Решение задачи коммивояжера.
24. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
25. Задача о рюкзаке.

26. Теория игр. Игры двух лиц. Матричные игры. Чистые и смешанные стратегии. Теорема о минимаксе для матричных игр.
27. Принципы оценки трудоемкости комбинаторных алгоритмов.
28. Алгоритмы сортировки. Теоремы о трудоемкости алгоритмов сортировки с помощью сравнений.
29. 2-3 деревья и реализуемые ими структуры.
30. Поиск в глубину. Выделение точек сочленения и двусвязных компонент.
31. Построение фундаментального множества циклов и множества циклов.
32. Понятие о классах P и NP .
33. Графы. Способы задания. Изоморфизм графов.
34. Маршруты в графах, их типы и основные свойства. Связная компонента графа. Метрические характеристики графов.
35. Двудольный граф. Критерий двудольности.
36. Деревья. Эквивалентные определения деревьев.
37. Остов графа, его свойства. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев.
38. Нахождение остова минимального веса.
39. Число вершинной независимости, его оценки.
40. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в графе. Минимаксная теорема Кенига о бинарных матрицах.
41. Теорема Холла о паросочетаниях в двудольном графе.
42. Числа вершинной и реберной связностей. k -Связная компонента.
43. Блоки и точки сочленения. 2-Связные графы, эквивалентные определения.
44. Теорема Менгера о минимальном сепараторе. Критерий k -связности графа.
45. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.
46. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.
47. Вершинная раскраска графа. Хроматическое число и его оценки. Теорема Зыкова. Хроматический полином.
48. Реберная раскраска графа. Теорема Визинга о хроматическом индексе.
49. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского. Плоские триангуляции.
50. Гиперграфы. Реализация гиперграфа.
51. Алфавитное кодирование. Теорема Маркова об однозначности алфавитного декодирования.
52. Коды с минимальной избыточностью. Самокорректирующиеся коды. Коды Хэмминга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979.
2. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969.
3. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. М.: Физматгиз, 1962.
4. Гэри М., Джонсон Д.. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
5. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск: Изд-во Института математики, 2002.
6. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
7. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. М: Вузовская книга, 2000.
8. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988.
9. Новиков П.С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1984.
10. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971.
11. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир, 1985.
12. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1972.
13. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
14. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Развитие технического прогресса предъявляет повышенные требования к прочностным свойствам конструктивных элементов зданий и сооружений, машин и механизмов, снижению их материалоемкости.

Это приводит к необходимости эффективного использования существующих и созданию новых методов механики деформируемого твердого тела и подготовки новых специалистов высокой квалификации.

Настоящая программа предназначена для создания у поступающих в аспирантуру по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» необходимой теоретической базы, что позволит им успешно ставить и решать теоретические и практические задачи во время обучения в аспирантуре и при написании диссертационной работы.

На вступительном экзамене в аспирантуру по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» поступающий должен:

знать:

- основные понятия механики сплошной среды;
- общую теорию деформаций и напряжений;
- основополагающие понятия, определения и теоремы механики сплошных сред;
- основные модели в теории упругости, пластичности;
- линейные и нелинейные модели изотропных и анизотропных деформируемых твердых сред;
- пространственные и осесимметричные задачи теории упругости;
- простейшие модели в теории стержней, пластин и оболочек;
- температурные и динамические задачи теории упругости;
- теорию пластичности;
- теорию ползучести и вязкоупругости.

уметь

- решать простейшие краевые задачи теории упругости;
- применять модели механики сплошных тел для построения простейших математических моделей в механике деформируемого твердого тела;
- применять стандартные пакеты численного моделирования (методы конечных и граничных элементов) для решения простейших задач в механике деформируемого твердого тела.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основные понятия механики сплошной среды.

Сплошная среда, континуум. Кинематическое описание сплошной среды. Внешние силы и внутренние напряжения. Упругость, пластичность, ползучесть и вязкоупругость.

Раздел 2. Общая теория деформаций и напряжений.

Напряженное состояние в точке тела. Теорема Коши. Матрица напряжений. Преобразование матрицы напряжений. Тензор напряжений Эйлера, Пиолы и истинных напряжений. Главные направления тензора напряжений, главные напряжения. Экстремальные свойства главных напряжений. Экстремальные свойства касательных напряжений. Инварианты тензора напряжений. Малые деформации и малые вращения. Определение перемещений по заданной деформации. Условия совместности деформаций. Потенциальная энергия деформации. Разложение тензора на девиаторную и гидростатическую составляющие. Тензоры деформаций Грина и Альманси.

Раздел 3. Теория упругости.

Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Частные случаи анизотропии. Физически нелинейные задачи. Нелокальный закон упругости Эрингена. Уравнения движения упругой среды Ляме. Свойства НДС неподвижной упругой среды в случае отсутствия или постоянства объемных сил. Постановка основных задач теории упругости. Теоремы о существовании и единственности решений задач теории упругости. Принцип Сен-Венана. Вариационные принципы теории упругости: принцип Лагранжа, принцип Кастилиано, общий вариационный принцип, принцип Рейснера. Теорема Клайперона. Теорема Бетти. Вариационные методы решения задач теории упругости. Численные методы решения задач теории упругости: МКЭ, метод граничных элементов, конечно-разностный метод. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функции напряжений. Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Применение Т.Ф.К.П. Формулы Колосова-Мухелишвили. Особенности постановки краевых задач геомеханики. Напряженное состояние породных массивов.

Раздел 4. Решение некоторых задач в теории упругости

Представление Галеркина и Папковича-Нейбера. Представление вектора перемещений через потенциал Ламе и функцию перемещений Лява. Предположения о напряжениях при решении уравнений равновесия в напряжениях и уравнений Бельтрами-Миччела. Элементарные сингулярные решения первого и второго рода. Задача Буссинеска. Задача Черрути. Задача Кельвина. Кручение призматического стержня произвольного постоянного поперечного сечения. Контактная задача Герца.

Раздел 5. Пластины и оболочки.

Допущения классической теории тонких упругих оболочек. Деформация срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Граничные условия. Постановка задач теории оболочек. Потенциальная энергия деформации. Уравнения

равновесия тонких оболочек в усилиях и моментах. Основные предположения технической теории. Устойчивость стержней, пластин, оболочек. Колебания тонких оболочек. Безмоментная теория оболочек. Основное напряженно-деформированное состояние и краевые эффекты.

Раздел 6. Температурные и динамические задачи теории упругости.

Основные уравнения термоупругости. Соотношения между напряжениями и деформациями. Постановка задач термоупругости в напряжениях и перемещениях. Распространение плоских волн в неограниченной упругой среде. Волны сжатия и волны сдвига. Поверхностные волны Рэлея. Распространение волн в стержнях.

Раздел 7. Теория пластичности.

Модели упруго-пластичного тела. Постулаты теории пластичности. Сравнение различных теорий пластичности. Постановка задач в теории идеального упруго-пластического и жестко-пластического тела. Остаточные напряжения. Условия на границе упругой и пластической областей. Методы решения задач теории пластичности.

Раздел 8. Теория ползучести и вязкоупругости.

Понятие о ползучести и релаксации. Гипотезы старения, упрочнения и пластической наследственности. Уравнения теории ползучести. Дифференциальные и интегральные формы соотношений между напряжением и деформацией. Различные типы ядер в интегральных соотношениях. Принцип температурно-временной аналогии. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Применение преобразований Лапласа.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Основные понятия механики сплошной среды.

1. Сплошная среда, континуум. Кинематическое описание сплошной среды. Внешние силы и внутренние напряжения.
2. Упругость, пластичность, ползучесть и вязкоупругость.

Общая теория деформаций и напряжений.

3. Напряженное состояние в точке тела. Теорема Коши. Матрица напряжений. Преобразование матрицы напряжений. Уравнение равновесия в напряжениях
4. Тензор напряжений Эйлера, Пиолы и истинных напряжений.
5. Главные направления тензора напряжений, главные напряжения. Экстремальные свойства главных напряжений. Экстремальные свойства касательных напряжений.
6. Инварианты тензора напряжений.
7. Тензоры деформаций Грина и Альманси.
8. Малые деформации и малые вращения. Определение перемещений по заданной деформации. Условия совместности деформаций.
9. Разложение тензора на девиаторную и гидростатическую составляющие.

Теория упругости.

10. Закон Гука для изотропного и анизотропного тела. Частные случаи анизотропии. Физически нелинейные задачи.
11. Нелокальный закон упругости Эрингена.
12. Потенциальная энергия деформации.
13. Уравнения движения упругой среды Ляме.
14. Свойства НДС неподвижной упругой среды в случае отсутствия или постоянства объемных сил.
15. Постановка основных задач теории упругости. Теоремы о существовании и единственности решений задач теории упругости. Принцип Сен-Венана.
16. Вариационные принципы теории упругости: принцип Лагранжа, принцип Кастилиано, общий вариационный принцип, принцип Рейснера.
17. Теорема Клайперона. Теорема Бетти.
18. Вариационные методы решения задач теории упругости. Численные методы решения задач теории упругости: МКЭ, метод граничных элементов, конечно-разностный метод.
19. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функции напряжений.
20. Плоская деформация и плоское напряженное состояние.
21. Применение Т.Ф.К.П. Формулы Колосова-Мусхелишвили.
22. Особенности постановки краевых задач геомеханики.
23. Напряженное состояние породных массивов.

Решение некоторых задач в теории упругости

24. Представление Галеркина и Папковича-Нейбера.
25. Представление вектора перемещений через потенциал Ламе и функцию перемещений Лява.
26. Предположения о напряжениях при решении уравнений равновесия в напряжениях и уравнений Бельтрами-Миччела.
27. Элементарные сингулярные решения первого и второго рода. Задача Буссинеска.
28. Задача Черрути.
29. Задача Кельвина.
30. Кручение призматического стержня произвольного постоянного поперечного сечения.
31. Контактная задача Герца и ее решение.

Пластины и оболочки.

32. Допущения классической теории тонких упругих оболочек.
33. Деформация срединной поверхности.
34. Внутренние усилия и моменты.
35. Граничные условия. Постановка задач теории оболочек.
36. Потенциальная энергия деформации.
37. Уравнения равновесия тонких оболочек в усилиях и моментах.
38. Основные предположения технической теории.
39. Устойчивость стержней, пластин, оболочек.
40. Колебания тонких оболочек.
41. Безмоментная теория оболочек.
42. Основное напряженно-деформированное состояние и краевые эффекты.

Температурные и динамические задачи теории упругости.

43. Основные уравнения термоупругости. Соотношения между напряжениями и деформациями.
44. Постановка задач термоупругости в напряжениях и перемещениях.
45. Распространение плоских волн в неограниченной упругой среде. Волны сжатия и волны сдвига.
46. Поверхностные волны Рэлея.
47. Распространение волн в стержнях.

Теория пластичности.

48. Модели упруго-пластичного тела. Постулаты теории пластичности.
49. Сравнение различных теорий пластичности.
50. Постановка задач в теории идеального упруго-пластического и жестко-пластического тела. Остаточные напряжения.
51. Условия на границе упругой и пластической областей.
52. Методы решения задач теории пластичности.

Теория ползучести и вязкоупругости.

53. Понятие о ползучести и релаксации. Гипотезы старения, упрочнения и пластической наследственности.

54. Уравнения теории ползучести. Дифференциальные и интегральные формы соотношений между напряжением и деформацией.

55. Различные типы ядер в интегральных соотношениях.

56. Принцип температурно-временной аналогии.

57. Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Применение преобразований Лапласа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 398 с.
2. Атанацкович Т., Гуран А., Лекции по теории упругости (под редакцией А. Л. Смирнова и П.Е. Товстика)-, СПбГУ, 2003.
3. Васидзу Кюитри. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987, 542 с.
4. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков: Основа, 1991, 271 с.
5. Журавков М.А. Математическое моделирование деформационных процессов в твердых деформируемых средах (на примере задач механики горных пород и массивов): Курс лекций. – Мн.: БГУ, 2002-456с.
6. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 367 с.
7. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды.–М.:Изд.МГУ, 1990, 310с.
8. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. – М.: Физматлит, 2001. – 704 с.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. –М.:Наука,1987,248с.
10. Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука, 1980, 940 с.
11. Мусхелишвили Н.И., Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966, 634 с.
12. Морозов Н.Ф. Лекции по избранным вопросам механики сплошных сред. – Л.: Изд-во ленингр. ун-та, 1975.
13. Михасев Г.И., Товстик П.Е. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. -292с.
14. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975, 872 с.
15. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек.–Л.: Судпрогиз,1962, 432 с.
16. Огибалов П.М., Колтунов М.А. Оболочки и пластины. – М.: Изд-во МГУ, 1969, 696 с.
17. Победря Б.Е. Численные методы теории упругости и пластичности. – М.: Изд-во МГУ, 1995, 366 с.
18. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988, 712 с.
19. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1968, 418 с.
20. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1983, т.2, 530с.
21. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек. – М.: Наука, 1995, 409с.