О метрических связностях на трехмерных группах Ли

П.Н. Клепиков[1], Е.Д. Родионов[1], О.П. Хромова[1]

[1]Алтайский государственный университет, Ленина 61, 656049 Барнаул, Россия
klepikov.math@gmail.com,edr2002@mail.ru,khromova.olesya@gmail.com

Данная работа посвящена изучению трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой или лоренцевой метрикой и метрической связностью вида

$$\nabla_X Y = \nabla^g_X Y + g(X,Y)V - g(V,Y)X,$$

где V — некоторое фиксированное левоинвариантное векторное поле. Данная связность является одной из трех основных связностей, описанных Картаном в работе [1], и называется метрической связностью с векторным кручением.

Пусть (G,g) — трехмерная группа Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой. Зафиксируем некоторое левонивариантное векторное поле V, с помощью которого определим на G метрическую связность с векторным кручением ∇. Определим тензор кривизны связности ∇ равенством

$$R(X,Y)Z = \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_X \nabla_Y Z + \nabla_{[X,Y]} Z.$$

Тогда тензор Риччи определяется как

$$r(X,Y) = \mathrm{tr}(Z \to R(X,Z)Y).$$

В данной работе исследуется вопрос: существует ли на данной трехмерной метрической группе Ли левоинвариантное векторное V такое, что тензор Риччи соответствующей связности с векторным кручением удовлетворяет уравнению Эйнштейна

$$r = \lambda g$$

для некоторой константы λ.

Кроме того в работе исследуются некоторые условия, обобщающие уравнение Эйнштейна. Например, изучается возможность выполнения условия параллельности тензора Риччи ($\nabla r = 0$) или условия Кодацци ($\nabla_X r(Y,Z) = \nabla_Z r(Y,X)$).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант: № 18–31–00033 мол_а).

Литература

1. Cartan E. *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (deuxième partie)* // Ann. Ecole Norm. Sup. 1925. Vol. 42 P. 17–88.