О локально конформно однородных четырехмерных (псевдо)римановых многообразиях с изотропным тензором Вейля

С.В. Клепикова[1], О.П. Хромова[1]

[1]Алтайский государственный университет, Ленина 61, 656049 Барнаул, Россия
{klepikova.svetlana.math,khromova.olesya}@gmail.com

Псевдоримановы многообразия с изотропным тензором Вейля естественным образом возникают при изучении локально конформно однородных псевдоримановых пространств [1].

Определение. Пусть (M, g) — связное (псевдо)риманово многообразие, для любой точки x_0 которого и любого касательного вектора $V_0 \in T_{x_0}M$ существует векторное поле $V(x)$ в окрестности точки x_0, удовлетворяющее уравнению $L_V g = 0$ такое, что $V(x_0) = V_0$. Многообразие в этом случае назовем *локально однородным пространством.* Соответственно, если векторное поле $V(x)$ удовлетворяет уравнению $L_V g = 2wg$ для некоторой функции w, то многообразие назовем *локально конформно однородным пространством.*

В работе [1] доказана

Теорема. Пусть (M, g) — локально конформно однородное связное пространство, и пусть хотя бы в одной точке квадрат длины тензора Вейля не равен нулю (тензора Схоутена–Вейля при $\dim M = 3$). Тогда (M, g) конформно эквивалентно локально однородному пространству.

Таким образом возникает задача об изучении псевдоримановых локально однородных и локально конформно однородных многообразий, тензор Вейля которых имеет нулевой квадрат длины, а сам не равен нулю. Такие многообразия называются многообразиями с изотропным тензором Вейля.

Отметим, что в случае римановых многообразий из равенства нулю квадрата длины тензора Вейля следует, что сам тензор равен нулю. Действительно, в ортонормированном базисе из векторов в касательном пространстве произвольной точки многообразия квадрат длины тензора Вейля представляет собой сумму квадратов всех компонент, а значит равен нулю тогда и только тогда, когда каждая компонента тензора равна нулю.

Ранее данные многообразия в случае трехмерных групп Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой изучались в работах [2, 3]. В них была получена полная классификация трехмерных метрических групп Ли, тензор Схоутена–Вейля (аналог тензора Вейля в трехмерном случае) которых является изотропным. Данная работа продолжает исследования многообразий с изотропным тензором Вейля в случае четырехмерных локально однородных (псевдо)римановых многообразий с нетривиальной подгруппой изотропии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант: № 18–31–00033 мол_а).

Литература

1. Rodionov E. D., Slavskii V. V. *Conformal deformations of the Riemannian metrics and homogeneous Riemannian spaces* // Comment. Math. Univ. Carolin. 2002. Vol. 43. No 2. P. 271–282.

2. Rodionov E. D., Slavskii V. V., Chibrikova L. N. *Locally conformally homogeneous pseudo-Riemannian spaces* // Siberian Advances in Mathematics. 2007. Vol. 17. No 3. P. 186–212.

3. Khromova O. P., Klepikov P. N., Klepikova S. V., Rodionov E. D. *About the Schouten-Weyl tensor on 3-dimensional Lorenzian Lie groups* // arXiv:1708.06614. 2017.