

ФУНКТОРЫ ВИДА $C(X, Y)$ И ИХ НЕПРЕРЫВНОСТЬ

Г.О. Кукрак, В.Л. Тимохович

Белгосуниверситет, механико-математический факультет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь kukrak@bsu.by, TimokhVL@bsu.by

Рассматривается категория Π , где любой объект – пара топологических пространств (X, Y) , а любой морфизм $(X, Y) \xrightarrow{(\varphi, \psi)} (E, Z)$ -- пара непрерывных отображений $E \xrightarrow{\varphi} X, Y \xrightarrow{\psi} Z$. Показано, что если $S = \{(X_\alpha, Y_\alpha), (\varphi_\alpha^\beta, \psi_\alpha^\beta), \Sigma\}$ -- обратный спектр в Π , $K = \varprojlim X_\alpha$ и $L = \varprojlim Y_\alpha$ -- прямой и, соответственно, обратный пределы (в категории Тор топологических пространств и непрерывных отображений) и $X_\alpha \xrightarrow{\iota_\alpha} K$ и $L \xrightarrow{\pi_\alpha} Y_\alpha$ -- их канонические проекции, то пара (K, L) с морфизмами (в качестве канонических проекций) $(\iota_\alpha, \pi_\alpha)$ -- предел спектра S в категории Π . Парам (X, Y) и (φ, ψ) ставятся в соответствие пространства непрерывных отображений $C_\tau(X, Y)$ с некоторой топологией τ и отображения $C_\tau(X, Y) \xrightarrow{c(\varphi, \psi)} C_\tau(E, Z): f \rightarrow \bar{f} = \psi \circ f \circ \varphi$. Решаются задачи нахождения достаточно обширных подкатегорий: (а) $K \subset \Pi$ в рамках которой отображения вида $c(\varphi, \psi)$ непрерывны, и таким образом определён ковариантный функтор C_τ из K в категорию Тор ; (б) $K' \subset K$ такой, что если в K' для указанного выше обратного спектра S определены предел $(K, L) = \varprojlim (X_\alpha, Y_\alpha)$ с каноническими проекциями $(\iota_\alpha, \pi_\alpha)$, то при переходе по функтору C_τ в категорию Тор , возникающее там естественное отображение $C_\tau(K, L) \xrightarrow{h} \varprojlim C_\tau(X_\alpha, Y_\alpha)$ является гомеоморфизмом (т.е. функтор C_τ непрерывен).

В качестве τ рассмотрены топология поточечной сходимости τ_p , компактно-открытая топология τ_k и топология графика τ_Γ . Основные результаты следующие.

Теорема 1. При $\tau = \tau_p$ функтор C_τ определён и непрерывен на категории Π .

Теорема 2. При $\tau = \tau_k$ функтор C_τ определён на категории Π и непрерывен на любой подкатегории $K \subset \Pi$, в которой для каждого морфизма (φ, ψ) отображение φ k -накрывающее.

Теорема 3. Пусть $\tau = \tau_\Gamma$ и в подкатегории $K \subset \Pi$ для любого морфизма (φ, ψ) отображение φ совершенно. Тогда C_τ -- функтор из K в категорию Тор . А если в подкатегории $K' \subset K$ для каждого морфизма $(X, Y) \xrightarrow{(\varphi, \psi)} (E, Z)$ пространства X и E компактны и φ -- совершенная сюръекция, то функтор C_τ непрерывен на K' .

Полученные результаты существенно дополняют работу авторов [1].

Литература

1. Кукрак Г.О., Тимохович В.Л., Фролова Д.С. Некоторые топологические свойства функтора $C(X, Y)$. // Труды института математики НАН Беларуси. 2018. Т. 26. №1.