Четыре арифметических инварианта фигуры в однородном пространстве

В.С. Малаховский

Калининград, Россия

В n –мерном однородном пространстве M_n с фундаментальной r_0 - членной группой Ли G_{r_0} рассматривается фигура F. Деривационные формы текущей точки $x \in M_n$ и линейно независимые формы Пфаффа группы G_{r_0} удовлетворяют уравнениям:

$$dx^i = \xi^i_s \theta^s, \ d\theta^s = \frac{1}{2} C^s_{pq} \theta^p \wedge \theta^q, \quad C^s_{(pq)} = 0.$$

Фигура $F\left(a^J\right)$ определяется функционально независимыми координатами a^J $\left(J = \overline{1, N}\right)$ и порождает серию вложенных друг в друга подгрупп

$$H_{r_0} \supset H_{r_1} \supset \ldots \supset H_{r_m},$$

определяемых уравнениями стационарности фигуры F

$$da^J = f^J_s\left(a\right)\theta^s$$

и её продолжениями. Возможны два случая: 1) $H_{r_m} = \{e\}$, либо $H_{r_m} \neq \{e\}$, где e – единица группы. Возникают четыре арифметических инварианта, сохраняющихся не только при преобразованиях фундаментальной группы G_{r_0}, но и при замене одного объекта Φ, задаваемого фигурой F, подобным ему объектом. Этими инвариантами являются: ранг N, определяемый числом функционально-независимых координат фигуры F, жанр $\rho = N - R$ и ранг $r = rang\left(f^J_s\right)$ задающих число независимых от Gr_0 функций от координат фигуры, характеристика m и тип $t \in \{1, 2\}$, (1, если $H_{r_m} = \{e\}$ и 2, если $H_{r_m} \neq \{e\}$). Например, окружность в евклидовом трёхмерном пространстве E^3 имеет: $N = 4$, $\rho = 1$, $m = 1$, $t = 1$, а эллипс в аффинном пространстве A^3: $N = 8$, $\rho = 0$, $m = 1$, $t = 1$.