

Министерство образования Республики Беларусь

Белорусский государственный университет



В.Г.Сафонов

31.05.2018

ПРОГРАММА

**вступительного экзамена в аспирантуру по специальности
05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»**

Минск, 2018

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г.Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат.наук, доцент;

А.В.Лебедев, заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.М.Волков. профессор кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования, доктор физ.-мат. наук, профессор;

М.В.Игнатенко, доцент веб-технологий и компьютерного моделирования, кандидат физ.-мат: наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования Белорусского государственного университета (протокол №7 от 23 апреля.2018 г.)

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 9 от 20 апреля 2018 г.)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 29 мая 2018 г.)

Ответственный за редакцию В.М.Волков

Ответственный за выпуск М.В.Игнатенко

Раздел I. Математическое моделирование. Уравнения математической физики.

Математическое моделирование как инструмент познания.

Классификация математических моделей. Детерминированные и стохастические модели.

Применение вариационных принципов. Примеры моделей механических систем.

Математические модели физических систем на основе уравнений математической физики

Классификация уравнений математической физики. Уравнения эллиптического типа

Уравнения колебаний струны. Метод Фурье

Уравнение теплопроводности. Фундаментальное решение

Раздел II. Методы численного дифференцирования и интегрирования

Интерполяция функций. Интерполяция многочленами. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Сплайны.

Понятие о квадратурных формулах для функций одной переменной. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций Симпсона.

Численное дифференцирование. Разностные производные

Раздел III. Численные методы алгебры

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса (вычислительная сложность, выбор ведущего элемента).

LU представление матрицы. Обращение матриц и вычисление определителя.

Нормы векторов и матриц. Понятие согласованности и подчиненности матричных норм.

Число обусловленности матрицы системы ЛАУ. Оценки вычислительной погрешности при решении систем ЛАУ.

Метод квадратного корня, (разложение Холецкого).

Итерационные методы решения систем ЛАУ. Метод простой итерации.

Условия сходимости и критерий остановки итераций.

Неявные итерационные методы (Зейделя, Якоби, Последовательной верхней релаксации).

Оценка скорости сходимости итерационных методов. Число итераций для достижения заданной точности.

Оптимальное значение итерационного параметра. Метод минимальных

невязок.

Прямые методы вычисления собственных значений. Преобразования подобия. Метод Данилевского.

Итерационные методы решения проблемы собственных значений. Степенной метод.

Оценки скорости сходимости степенного метода.

Понятие о методе вращений (методе Якоби) для эрмитовых матриц.

Решение полной проблемы собственных значений. Понятие о методе Крылова А.Н.

Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Метод Ньютона.

Условия и скорость сходимости метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.

Раздел IV. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

Понятие об одношаговых и многошаговых методах. Метод Эйлера решения задачи Коши для системы ОДУ первого порядка.

Локальная и глобальная ошибка одношагового метода. Задача для погрешности метода, устойчивость и сходимость.

Методы Рунге-Кутты. Схема метода четвертого порядка.

Многошаговые методы. Явные и неявные методы. Метод Адамса.

Жесткие системы ОДУ, Понятие об А-устойчивости. Метод Гира.

Раздел V. Разностные методы решение дифференциальных уравнений с частными производными.

Разностная аппроксимация дифференциальных операторов. Сеточный шаблон. Явные и неявные схемы для нестационарных задач математической физики.

Основные понятия теории разностных схем. Пространство сеточных функций и сеточные нормы.

Метод прогонки для решения систем сеточных уравнений с трехдиагональной матрицей

Порядок аппроксимации разностной схемы. Оценка порядка аппроксимации разностной схемы с весами для нестационарного уравнения теплопроводности.

Устойчивость и сходимость разностных схем. Оценка погрешности разностного решения.

Спектральный метод исследования устойчивости разностных схем для уравнений с постоянными коэффициентами.

Спектр собственных значений разностного оператора второй производной.

Разностные аналоги формул Грина и теоремы вложения норм сеточных функций.

Канонический вид двухслойной разностной схемы. Условие

устойчивости двухслойных схем.

Разностные схемы для эллиптических задач. Итерационные методы решения сеточных уравнений.

Понятие об экономичных методах решения многомерных задач математической физики. Метод суммарной аппроксимации и переменных направлений

Литература:

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Физматлит, 2005. – 316 с.
2. Седов А.В. Моделирование объектов с дискретно-распределенными параметрами: декомпозиционный подход. – Наука, 2010. - 438 с.
3. Введение в математическое моделирование: Учеб. Пособие /Под ред. П.В.Трусова. – М.: Логос, 2004. – 440с
4. Самарский А. А., Тихонов А. Н. Уравнения математической физики: Учебное пособие.-6-е изд., испр. и доп //М.: Изд-во МГУ. – 1999. – С. 166..
5. 1.Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. – 632 с.
6. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений (в 2-х томах) – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959/1962, 464 + 620 с.
7. Самарский А.А. Введение в численные методы. Учебное пособие для вузов. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2005. – 288 с.
8. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с.
9. Зализняк В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений. – М.: Издательство Юрайт, 2012. – 356 с.