

Министерство образования Республики Беларусь

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе



В.Г.Сафонов

31.05.2018

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы»

Минск, 2018

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

М.А.Журавков, зав. кафедрой теоретической и прикладной механики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

П.Н. Конон, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;

О.Н.Вярьвильская, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 16 апреля 2018 г.);

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол № 7 от 29 мая 2018 г.);

Ответственный за редакцию: П.Н.Конон

Ответственный за выпуск: П.Н.Конон

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

- На вступительном экзамене в аспирантуру по специальности 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы поступающий должен **знать:**
 - основополагающие понятия, определения и теоремы теоретической механики и механики сплошных сред;
 - решения классических задач теоретической механики и механики сплошных сред.
 - законы сохранения в механике, основы термодинамики;
 - модели идеальной сжимаемой и несжимаемой жидкости и совершенного газа;
 - модели вязкой несжимаемой жидкости;
 - модели вязкой нетеплопроводной жидкости;
 - модели линейного и нелинейного упругого тела, идеально-пластического тела;
 - основы векторного анализа;
 - основные методы аналитического решения краевых задач в механике жидкости и газа,
 - основные методы численного решения краевых задач в механике жидкости и газа,
- **уметь:**
 - применять уравнения механики сплошных тел, законы механики и термодинамики для построения простейших математических моделей механики жидкости и газа,
 - применять аналитические, численные методы и стандартные пакеты численного моделирования (методы конечных и граничных элементов, конечных разностей) для решения простейших задач механики жидкости и газа.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Фундаментальные законы механики и термодинамики

Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Закон сохранения количества движения. Закон сохранения момента количества движения в классическом случае. Законы термодинамики сплошных сред. Энергия, внутренняя энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Производство энтропии. Неравенство диссипации и тождество Гиббса. Принцип Онзагера. Свободная энергия, энтальпия. Термодинамический потенциал Гиббса.

Раздел 2. Теоретическая механика

Скорость точки и ускорение точки в декартовых и криволинейных координатах. Поступательное и вращательное движения твердого тела. Плоскопараллельное движение тела. Движение твердого тела около неподвижной точки. Движение свободного твердого тела. Сложное движение точки и твердого тела.

Общие теоремы динамики точки. Прямолинейные колебания точки. Движение несвободной материальной точки. Относительное движение материальной точки.

Общие теоремы динамики системы. Вращение тела вокруг неподвижной оси. Плоское движение твердого тела. Движение тела около неподвижной точки. Кинематические и динамические уравнения Эйлера. Движение тяжелого твердого тела. Теория удара. Удар по телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси. Центр удара. Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа второго рода. Канонические уравнения Гамильтона. Малые колебания механических систем. Устойчивость равновесия и теорема Лежен-Дирихле.

Раздел 3. Механика сплошных сред

Предмет механики сплошной среды. Область приложений, перспективные направления. Понятие сплошной среды. Гипотеза сплошности. Эйлерово и лагранжево описание движения. Переход от переменных Лагранжа к переменным Эйлера и обратно. Индивидуальная производная по времени. Вектор перемещения. Тензор малых деформаций. Главные оси, главные значения, инварианты тензора деформаций. Механический смысл компонент тензора деформаций. Уравнения совместности для компонент тензора малых деформаций. Тензор скоростей деформаций. Выражение его компонент через компоненты скорости.

Растяжение и сжатие стержня. Продольная сила. Условие прочности при растяжении. Кручение стержня круглого поперечного сечения. Крутящий момент. Условие прочности и жесткости при кручении. Изгиб балки. Изгибные и касательные напряжения. Условие прочности.

Тензор напряжений, главные оси, главные значения, инварианты тензора напряжений. Уравнения равновесия упругой среды в напряжениях. Тензоры деформаций Грина и Альманси, инварианты тензора деформаций. Уравнения совместности для компонент тензора малых деформаций. Упругая изотропная и анизотропная среды. Обобщенный закон Гука. Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях и в напряжениях. Типичные граничные условия и

классификация краевых задач в теории упругости. Свойства упругого равновесия изотропного тела при отсутствии массовых сил. Неупругие среды, пластичность, ползучесть, релаксация.

Идеальная несжимаемая жидкость. Уравнения Эйлера. Вязкая жидкость. Закон Навье-Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия.

Раздел 4. Гидромеханика

Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Формула Коши. Тензор напряжений. Тензор скоростей деформаций. Формула Гельмгольца. Уравнения движения сплошной среды в напряжениях.

Гидростатика. Равновесие несжимаемой жидкости. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Закон Архимеда. Устойчивость равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.

Модель идеальной жидкости и газа. Уравнение Эйлера. Уравнение движения в форме Громека-Лемба. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли и его применения. Трубка Пито-Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Интеграл Коши-Лагранжа.

Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Задачи Дирихле и Неймана. Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Постулат Чаплыгина – Жуковского. Формулы Чаплыгина для гидродинамических реакций. Формула Жуковского для подъемной силы. Парадокс Даламбера.

Поступательное движение цилиндра и шара в безграничной жидкости, присоединенная масса.

Вихревые движения идеальной жидкости. Вектор вихря. Циркуляция скорости. Теорема Стокса. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений. Динамические теоремы Гельмгольца.

Волновые движения идеальной жидкости. Гравитационные волны. Прогрессивные и стоячие волны. Капиллярные волны.

Модель вязкой жидкости и газа. Закон Навье -Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой и идеальной жидкостей. и их отличие. Условия на свободной поверхности и поверхности раздела. Числа Рейнольдса и Фруда. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл.

Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые течения. Течение Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести по плоской и цилиндрической поверхности.

Поступательное движение цилиндра и шара в безграничной жидкости, присоединенная масса. Приближение Стокса.

Вязкая теплопроводная жидкость. Полная система уравнений.

Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей. Управление пограничным слоем.

Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Орра-Зоммерфельда. Задача на соб-

ственные значения. Устойчивость течения с поверхностью раздела в невязком приближении.

Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Замыкающие гипотезы. Гипотеза Буссинеска.

Магнитная гидродинамика. Плотность заряда и плотность тока. Сила Лоренца. Закон Ома. Уравнения Максвелла. Уравнения магнитной гидродинамики. Уравнения электродинамики.

Раздел 5. Газовая динамика

Предмет газовой динамики. Модель идеальной теплопроводной сжимаемой среды.

Совершенный газ. Уравнение притока тепла. Формула Майера. Адиабата Пуассона. Цикл Карно. Энтропия совершенного газа. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха.

Истечение газа из сосуда. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Сопло Лавалья.

Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Допплера. Конус и угол Маха.

Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики. Инварианты Римана. Простые волны. Метод характеристик. Задача Коши. Задача о поршне. Истечение газа в вакуум.

Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные поверхности. Скачки уплотнения и разряжения. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат движущейся с ударной волной. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны. Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ. Граничные условия в задачах газовой динамики.

Размерности физических величин и π -теорема. Применение π -теоремы при решении механики. Колебания математического маятника. Определение сил сопротивления при движении тела в вязкой и идеальной жидкости. Задача о сильном взрыве.

Двумерное стационарное движение газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях. Потенциал скорости. Уравнение для потенциала. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа. Задача Чаплыгина о газовых струях.

Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера – Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений. Обтекание тела со звуковой скоростью. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

Раздел 6. Численные и аналитические методы решения задач механики

Аналитические методы решения задач механики жидкости и газа: асим-

потоические, интегральных соотношений, интегральных уравнений, разложения по малому параметру, разложения в ряды. Основные этапы решения задач механики в пакетах компьютерной механики (на примере пакетов ANSYS и NASTRAN). Методы Рунге-Кутты, конечных разностей, пристрелки, коллокаций. Способы генерации конечно-элементных моделей. Вариационная формулировка метода конечных элементов. Основные понятия и определения МКЭ.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Фундаментальные законы механики и термодинамики

1. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности.
2. Закон сохранения количества движения. Закон сохранения момента количества движения в классическом случае.
3. Законы термодинамики сплошных сред.
4. Энергия. Внутренняя энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Уравнение энергии и уравнение притока тепла.
5. Закон теплопроводности Фурье. Уравнение притока тепла и второй закон термодинамики.
6. Неравенство диссипации и тождество Гиббса. Принцип Онзагера.
7. Свободная энергия, энтальпия. Термодинамический потенциал Гиббса.

Теоретическая механика

8. Скорость и ускорение точки в декартовых и криволинейных координатах.
9. Плоско-параллельное движение твердого тела. Определение скорости и ускорения при плоско-параллельном движении.
10. Движение твердого тела около неподвижной точки. Скорости и ускорения точек тела.
11. Сложное движение точки. Теоремы о сложении скоростей и ускорений.
12. Общие теоремы динамики точки, системы точек.
13. Уравнение Лагранжа 2-го рода.
14. Канонические уравнения движения системы. Малые колебания механических систем.
15. Устойчивость равновесия механической системы. Теорема Лежандра-Дирихле.
16. Вращение абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси. Давление на ось.
17. Движение абсолютно твердого тела, имеющего одну неподвижную точку. Кинематические и динамические уравнения Эйлера.
18. Теория удара. Удар по телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси. Центр удара.
19. Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера. Общее уравнение динамики. Уравнения Лагранжа второго рода.
20. Принцип Остроградского-Гамильтона.

Механика сплошных сред

21. Два подхода к описанию движения СС. Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости. Теорема Стокса.

22. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Тензор напряжения. Главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.

23. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Законы Гука и Навье-Стокса. Изотропное упругое тело и изотропная линейная вязкая жидкость.

24. Постановка задачи теории упругости в перемещениях и напряжениях. Общие теоремы теории упругости. Теоремы единственности. Внутренняя энергия деформированного состояния упругого тела. Условия для минимума энергии деформации.

25. Растяжение и сжатие стержня. Продольная сила. Условие прочности при растяжении.

26. Уравнения равновесия упругой среды в напряжениях.

27. Кручение цилиндрических брусков. Кручение бруса эллиптического сечения.

28. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задача о толстостенной трубе под действием внутреннего давления.

Гидромеханика

29. Гидростатика. Равновесие несжимаемой жидкости. Относительное равновесие вращающейся жидкости. Закон Архимеда. Устойчивость равновесия несжимаемой жидкости в поле силы тяжести.

30. Модель идеальной жидкости и газа. Уравнение Эйлера. Уравнение движения в форме Громека-Лемба.

31. Первые интегралы движения идеальной жидкости. Интеграл Бернулли. Трубка Пито-Прандтля. Динамическое и гидростатическое давления. Интеграл Коши-Лагранжа.

32. Плоское течение несжимаемой идеальной жидкости. Функция тока и потенциал скорости. Комплексный потенциал. Примеры комплексных потенциалов и течения ими описываемые.

33. Плоское обтекание кругового цилиндра идеальной жидкостью без циркуляции и с циркуляцией. Задачи Дирихле и Неймана.

34. Обтекание произвольного крылового профиля идеальной жидкостью. Постулат Чаплыгина – Жуковского. Главный вектор и главный момент сил давления, действующих на обтекаемый контур.

35. Вихревые движения идеальной жидкости. Теорема Стокса. Теоремы Томпсона и Лагранжа о возможности вихревых движений.

36. Волновые движения идеальной жидкости. Гравитационные волны. Прогрессивные и стоячие волны.

37. Модель вязкой жидкости и газа. Закон Навье-Стокса. Уравнения Навье-Стокса. Граничные условия в задачах движения вязкой и идеальной жидкостей.

38. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл.

39. Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые течения. Течение Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести по плоской и цилиндрической поверхности.
40. Обтекание сферы. Присоединенная масса сферы. Приближение Стокса.
41. Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение. Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей.
42. Основные понятия теории гидродинамической устойчивости. Опыт Рейнольдса. Метод малых колебаний. Уравнения Орра-Зоммерфельда.
43. Основные понятия теории турбулентности. Осредненное и пульсационное движения. Уравнения Рейнольдса. Гипотеза Буссинеска.

Газовая динамика

44. Предмет газовой динамики. Модель сжимаемой среды. Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Уравнение притока тепла.
45. Совершенный газ. Энтропия. Энтропия совершенного газа. Уравнение притока тепла. Формула Майера.
46. Адиабатический процесс. Адиабата Пуассона. Цикл Карно.
47. Интеграл Бернулли для адиабатических течений совершенного газа. Параметры торможения. Максимальная скорость. Скорость звука. Критическая скорость. Число Маха.
48. Истечение газа из сосуда. Связь давления, плотности и температуры с параметрами торможения и числом Маха. Нагревание тел в потоке.
49. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Простое сопло. Сопло Лавалья.
50. Теория звука. Волновое уравнение. Прогрессивные волны. Распространение возмущений от движущегося источника. Эффект Допплера. Конус и угол Маха.
51. Одномерные нестационарные течения газа и их характеристики. Инварианты Римана. Простые волны.
52. Метод характеристик. Задача Коши. Задача о поршне. Истечение газа в вакуум.
53. Условия на поверхности сильных разрывов в произвольной системе отсчета. Тангенциальный разрыв. Скачки уплотнения и разряжения.
54. Поверхности разрыва внутри идеальных сжимаемых сред. Адиабата Гюгонио. Скорость частиц среды до и после скачка в системе координат движущейся с ударной волной.
55. Слабые ударные волны. Сильные ударные волны.
56. Ударные волны в совершенном газе. Адиабата Гюгонио для совершенного газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ.
57. Граничные условия в задачах газовой динамики.
58. Размерности физических величин и π -теорема.
59. Применение π -теоремы при решении механики. Колебания математического маятника. Определение сил сопротивления при движении тела в вязкой и идеальной жидкости.
60. Задача о сильном взрыве.

61. Двумерное стационарное движение газа. Функция тока. Уравнения движения в естественной системе координат. Теорема Крокко о вихрях.
62. Потенциал скорости. Уравнение для потенциала.
63. Уравнение Чаплыгина в переменных годографа. Задача Чаплыгина о газовых струях.
64. Трансзвуковые течения. Уравнения Эйлера –Трикоми. Уравнения для потенциала в физических переменных для трансзвуковых течений.
65. Обтекание тела со звуковой скоростью. Особенности сверхзвукового обтекания тел.

Аналитические и численные методы решения задач механики

66. Аналитические методы решения задач механики жидкости и газа: асимптотические, интегральных соотношений, интегральных уравнений.
67. Аналитические методы решения задач механики жидкости и газа: разложения по малому параметру, разложения в ряды.
68. Основные этапы решения задач механики в пакетах компьютерной механики (на примере пакетов ANSYS и NASTRAN).
69. Методы Рунге-Кутты, пристрелки, коллокаций.
70. Метод конечных разностей, метод прогонки.
71. Способы генерации конечно-элементных моделей.
72. Вариационная формулировка метода конечных элементов в механике.
73. Основные понятия и определения МКЭ. Определение и свойства матриц жесткости, упругости, функций формы, градиентов.

*двах змислах газу,
и маркусе*

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. -Т. 1,2. М.: Наука, 1994.
2. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. -М.: Наука, 1965.
3. Черный Г.Г. Газовая динамика. – М.: Наука, 1990.
4. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. В 2-х томах. М.: Наука, 1972.
5. Маркеев, А.П. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1990.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. -М.: Наука, 1987.
8. Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М.Э. Эглит. М.: Московский лицей, тт. I - II, 1996.
9. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1,2. М.: Физматгиз, 1963.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.- М.: Наука, 1976.
11. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости.- М.: Гостехиздат, 1951.
12. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости.-М.: Изд. МГУ, 1984.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.-М.: Наука, 1974..
14. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. М.: Наука, 1981.
15. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988.
16. Тимошенко С.П. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
17. Журавков М.А. и др. Компьютерная механика. Минск, Изд. БГУ, 2006
18. Численные методы в механике жидкостей. Под ред. Белоцерковского О.М.- М.: Мир, 1973.