

# ОБ ОТОБРАЖЕНИЯХ СИММЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ И ИХ ОБОБЩЕНИЙ

Й. Микеш<sup>1</sup>, В.Е. Березовский<sup>2</sup>, И. Гинтерлейтнер<sup>3</sup>, С. Формелла<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Университет Палацкого, 17. листопаду 12, 77146 Оломоуц, Чехия, Josef.Mikes@upol.cz

<sup>2</sup>Уманский национальный ун-т садоводства, Институтская 1, 20305 Умань, Украина Berez.Volod@rambler.ru

<sup>3</sup>Технологический ун-т, Жижкова 17, 602 00 Брно, Чехия, Hinterleitner.I@fce.vutbr.cz

<sup>4</sup>Технологический ун-т, Аляя Пиастов 48/49, 70310 Штетин, Польша, Stanislaw.Formella@zut.edu.pl

Симметрические пространства были введены в рассмотрение в 1925–26 гг. П.А. Широковым и Э. Картаном. За короткое время с 1926 г. по 1930 г. Картан построил глубокую теорию этих пространств. В работе В.И. Ведерникова и А.С. Феденко [1] изложены многие факты исследований симметрических пространств и их обобщений.

Большое внимание к этим пространствам привлекли вопросы специальных отображений. В 1954 г. Н.С. Синюков доказал (см. [2]), что симметрические и рекуррентные эквивариантные пространства не допускают нетривиальные геодезические отображения на (псевдо-) римановы пространства непостоянной кривизны. Этот результат был обобщен В.Е. Фоминым [3] для бесконечномерных пространств, а И. Гинтерлейтнер и Й. Микешем [4] для отображений на пространства Вейля. Для голоморфно-проективных отображений на симметрические и рекуррентные пространства эти результаты перенесли Т. Сакагучи [5], В.В. Домашев и Й. Микеш [6], более общие результаты содержатся в работах [7–9].

В работе [10] найдены основные уравнения в форме Коши для геодезических отображений пространств аффинной связности на симметрические пространства.

Обобщения указанных выше исследований для геодезических и конформных отображений Риччи симметрических пространств нами доказаны в работах [11–14].

Геодезическим и конформным отображениям пространств Эйнштейна посвящены работы А.З. Петрова [15, 16], Й. Микеша [17, 18], Й. Микеша, М. Л. Гаврильченко, Е. И. Гладышевой [19], Л. Е. Евтушиком, И. Гинтерлейтнер, Н. И. Гусевой, Й. Микешем [20] и др. Отметим, что многие результаты, сформулированные другими авторами, элементарно вытекают из указанных работ и свойства существования аналитической системы координат в пространствах Эйнштейна, доказанных в 1981 г. ДеТурком и Кажданом [21], см. монографию Бессе [22]. Особенно хочется отметить свойство замкнутости пространств Эйнштейна относительно геодезических отображений, сформулированное в [17, 18]. Отметим, что в работе С. Формеллы и Й. Микеша [23] найдены метрики всех пространств Эйнштейна, а в работе С. Формеллы [24] – метрики всех псевдо-римановых пространств, допускающих геодезические отображения.

Геодезические отображения пространств  $L_n$ , введенные в рассмотрение Н. С. Синюковым [2], изучались Е. Н. Синюковой [25], а затем С. Формеллой [26], который нашел метрики этих пространств.

Выше изложенные вопросы детально изложены в монографии [25].

## Литература

1. Ведерников В. И., Феденко А. С. *Симметрические пространства и их обобщения* // Итоги науки и техн. Сер. Алгебра. Топол. Геом. 14, ВИНТИ, М. 1976. С. 249–280.
2. Синюков Н. С. *Геодезические отображения римановых пространств*. М.: Наука, 1979.
3. Фомин В. Е. *О геодезическом отображении бесконечномерных римановых пространств на симметрические пространства аффинной связности* // Тр. геом. сем. 1979. Т. 11. С. 93–99.
4. Hinterleitner I., Mikeš J. *Geodesic mappings onto Weyl manifolds* // J. Appl. Math. 2009. Vol. 2. № 1. P. 125–133.
5. Sakaguchi T. *On the holomorphically projective correspondence between Kaehlerian spaces preserving complex structure* // Hokkaido Math. J. 1974. Vol. 3. P. 203–212.
6. Домашев В. В., Микеш Й. *К теории голоморфно-проективных отображений келеровых пространств* // Матем. заметки. 1978. Т. 23. № 2. С. 297–303.

7. Škodová M., Mikeš J., Pokorná O. *On holomorphically projective mappings from equiaffine symmetric and recurrent spaces onto Kählerian spaces* // Rend. Circ. Mat. Palermo. 2005. Vol. 75. P. 309–316.
8. al Lami, R. J. K., Škodová M., Mikeš J. *On holomorphically projective mappings from equiaffine generally recurrent spaces onto Kählerian spaces* // Arch. Math. (Brno). 2006. Vol. 42. P. 291–299.
9. Shiha M. *On the theory of holomorphically-projective mappings of parabolically-Kählerian spaces* // DGA 1992, Math. Publ. 1, Silesian Univ. Opava. 1993. P. 57–160.
10. Berezovskii V., Mikeš J., Peška P. *Geodesic mappings of manifolds with affine connection onto symmetric manifolds* // Geometry, integrability and quantization. 2017. Vol. 18. P. 99–104.
11. Микеш Й. *О геодезических отображениях Риччи 2-симметрических римановых пространств* // Матем. заметки. 1980. Т. 28. №2. С. 313–317.
12. Berezovski V. E., Mikeš J., Vanžurová A. *Fundamental PDE's of the canonical almost geodesic mappings of type  $\pi_1$*  // Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2). 2014. Vol. 37. №3. P. 647–659.
13. Березовский В. Е., Гинтерлейтнер И., Гусева Н. И., Микеш Й. *Конформные отображения римановых пространств на Риччи симметрические пространства* // Матем. заметки. 2018. Т. 103. №2. С. 303–306.
14. Berezovski V. E., Hinterleitner I., Mikeš J. *Geodesic mappings of manifolds with affine connection onto the Ricci symmetric manifolds* // Filomat. 2018. Vol. 32. №2. P. 379–385.
15. Петров А. З. *О геодезическом отображении пространств Эйнштейна* // Изв. вузов. Матем. 1961. №2. P. 130–136.
16. Петров А. З. *Новые методы в теории относительности*. М.: Наука, 1966.
17. Микеш Й. *О некоторых классах римановых пространств замкнутых относительно геодезических отображениях* // Тез. VII Всесоюз. конф. по совр. диффер. геом. Минск. 1979. С. 126.
18. Микеш Й. *О геодезических отображениях пространств Эйнштейна* // Матем. заметки. 1980. Т. 28. №6. С. 935–938.
19. Микеш Й., Гаврильченко М. Л., Гладышева Е. И. *О конформных отображениях пространств Эйнштейна* // Вестник Моск. ун-та. 1994. Т. 3. С. 13–17.
20. Евтушик Л. Е., Гинтерлейтнер И., Гусева Н. И., Микеш Й. *Конформные отображения на пространства Эйнштейна* // Изв. вузов. Матем. 2016. №10. С. 8–13.
21. DeTurck D. M., Kazdan J. L. *Some regularity theorems in Riemannian geometry* // Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4). 1981. Vol. 14. №3. P. 249–260,
22. Besse A. L. *Einstein manifolds*. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1987.
23. Formella S., Mikeš J. *Geodesic mappings of Einstein spaces* // Szczecińskie Roczniki Naukowe, Ann. Sci. Stetinenses. 1994. Vol. 9. №1. P. 31–40.
24. Formella S. *Geodesic mappings of pseudo-Riemannian manifolds* // Dem. Math. 1994. Vol. 27. №2. P. 449–460.
25. Синюкова Е. Н. *Геодезические отображения пространств  $L_n$*  // Изв. вузов. Матем. 1982. №3. С. 57–61
26. Formella S. *On some class of nearly conformally symmetric manifolds* // Colloq. Math. 1995. Vol. 68. №1. P. 149–164.
27. Mikeš J. et al. *Differential geometry of special mappings*. Olomouc: Palacky University, 2015.