О ПОЛЯХ КИЛЛИНГА НА НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ k-СИММЕТРИЧЕСКИХ ЛОРЕНЦЕВЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Д.Н. Оскорбин[1], **Е.Д. Родионов**[2], **И.В. Эрнст**[3]

[1]Алтайский государственный университет, Ленина 61, 656049 Барнаул, Россия
oskorbin@yandex.ru
[2]Алтайский государственный университет, Ленина 61, 656049 Барнаул, Россия
edr2002@mail.ru
[3]Алтайский государственный университет, Ленина 61, 656049 Барнаул, Россия
igeh@ya.ru

Поля Киллинга играют важную роль в исследовании солитонов Риччи, введённых Р. Гамильтоном [1].

Определение 1. Полное (псевдо)риманово многообразие $(\mathcal{M}, g)$ называется солитоном Риччи, если тензор Риччи r удовлетворяет уравнению солитона Риччи:

$$r = \Lambda \cdot g + L_X g,$$

где $\Lambda \in$ R, $L_X g$ – производная Ли метрики g в направлении полного дифференцируемого векторного поля X.

Определение 2. Псевдориманово пространство $(\mathcal{M}, g)$ называется симметрическим порядка k, если

$$\nabla^k R = 0, \quad \nabla^{k-1} R \neq 0,$$

где $k \geq 1$ и R – тензор кривизны (M, g).

Для римановых многообразий из условия $\nabla^k R = 0$ вытекает $\nabla R = 0$. Однако лоренцевы k-симметрические пространства существуют при всех $k \geq 2$.

Локально неразложимые 2-, 3- симметрические лоренцевы многообразия исследованы в работах [2, 3, 4].

Теорема. *Пусть $(\mathcal{M}, g)$ – локально неразложимое 2- или 3-симметрическое лоренцево многообразие размерности $n + 2 \geq 4$. Уравнение солитона Риччи на многообразии $(\mathcal{M}, g)$ имеет решение для любой константы Λ. .*

Данный результат распространен на классы k-симметрических метрик pp-волн произвольной размерности. Получены описания полей Киллинга и найдены возможные размерности алгебр киллинговых полей соответствующих k-симметрических лоренцевых многообразий.

Литература

1. Hamilton R. S. *The Ricci flow on surfaces* // Contemporary Mathematics. 1988. № 71. P. 237–261.

2. Alekseevsky D. V., Galaev A. S. *Two-symmetric Lorentzian manifolds* // J. Geom. Physics. 2011. V 61. № 12. P. 2331–2340.

3. Senovilla J. M. *Second-order symmetric Lorentzian manifolds. Characterization and general results* // Classical Quantum Gravity. 2008. V 25. № 24. 245011, 25 pp.

4. Galaev A. S. *Classification of third-order symmetric Lorentzian manifolds* //Classical Quantum Gravity. 2015. V 32. № 2. 025001, 15 pp.