

ИЗОМЕТРИЧНОЕ ВЛОЖЕНИЕ УЛЬТРА-ПТОЛОМЕЕВА ПРОСТРАНСТВА В ИЗОТРОПНЫЙ КОНУС ПРОСТРАНСТВА МИНКОВСКОГО

В.В. Славский, М.В. Куркина, А.С. Тякунов

Югорский государственный университет, ул. Чехова, 16, 628012 Ханты-Мансийск, Россия
slavsky2004@mail.ru, mavi@inbox.ru, atyakunov@mail.ru

Введение. Конечное метрическое пространство $\{X, \rho\}$ называется птоломеевым [1] если для любой четверки точек $\{i, j, k, s\} \subset X$ выполняется неравенство:

$$\rho_{ij}\rho_{ks} \leq \rho_{ik}\rho_{js} + \rho_{is}\rho_{kj}. \quad (1)$$

Определение 1. Назовём пространство ультра-птоломеевым если для любой четверки точек выполняется более сильное неравенство:

$$\rho_{ij}\rho_{ks} \leq \max\{\rho_{ik}\rho_{js}, \rho_{is}\rho_{kj}\}. \quad (2)$$

Равносильное утверждению: из трёх чисел $\{\rho_{ij}\rho_{ks}, \rho_{ik}\rho_{js}, \rho_{is}\rho_{kj}\}$ два равны между собой и больше или равны третьему.

Замечание. Полагая $\mu_{ij} = \log[\rho_{ij}]$ получим эквивалентное свойству (2) неравенство:

$$\mu_{ij} + \mu_{ks} \leq \max\{\mu_{ik} + \mu_{js}, \mu_{is} + \mu_{kj}\}, \quad (3)$$

известное как четырех точечное условие (Buneman, [2]).

В работе [3] доказано, что ультра птоломеево пространство $\{X, \rho\}$ изометрично вкладывается в изотропный конус псевдоевклидова пространства Минковского. Данное свойство позволяет назвать ультра птоломеево пространство конечным аналогом конформно-плоского риманова пространства [4].

"Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00620, 18-47-8620016)."

Литература

1. Michel Marie Deza, Elena Deza. *Encyclopedia of Distances*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg: 2009, 2013, 2014, 2016.
2. Buneman P. *A Note on the Metric Properties of Trees* // Journal of combinatorial theory. – № 17. – 1974. – P. 48–50.
3. Куркина М.В., Славский В.В., Тякунов А.С. *Метрики деревьев и псевдоевклидова геометрия* // МАК : «Математики - Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием- Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018. -384 с.
4. Славский В.В. *Конформно-плоские метрики и псевдо-евклидова геометрия* // Сиб. мат. журн., 1994г. Т. 35, №3, С. 674–682.