Министерство образования Республики Беларусь

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе

В.Г.Сафонов

31.05.2018

ПРОГРАММА

вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

01.01.01 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Минск, 2018

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г.Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат.наук, доцент;

А.В.Лебедев, заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;

В.Г.Кротов, заведующий кафедрой теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 20 апреля 2018 г.)

Кафедрой теории функций, Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 29 мая 2018 г.)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 29. мая 2018 г.)

Ответственный за редакцию В.Г.Кротов

Ответственный за выпуск В.Г.Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На вступительном экзамене в аспирантуру по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ поступающий должен

знать:

– определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;

– точные формулировки и доказательства математических теорем;

– формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

– применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;

– проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Алгебра

Тема 1.1 Комплексные числа

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Полярная система координат. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Понятие корня из комплексного числа, извлечение корня из комплексного числа.

Тема 1.2 Многочлены

Понятие многочлена от одной переменной. Степень многочлена. Неприводимые многочлены. Разложение на неприводимые многочлены. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Производная многочлена. Кратность корня.

Тема 1.3 Матрицы

Специальные матрицы: диагональная, нижняя и верхняя треугольные, единичная, нулевая, ступенчатая, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Сложение матриц, умножение матрицы на скаляр, умножение матриц, транспонирование. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица. Характеристический и минимальный многочлен матрицы. Жорданова клетка, жорданова нормальная форма матрицы. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Определитель Вандермонда.

Тема 1.4 Системы уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Матричная запись системы. Решение системы. Общее и частное решения системы. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Свободные и независимые переменные. Однородные системы. Фундаментальная система решений.

Тема 1.5 Векторные пространства

Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Подпространство. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма и дополнение подпространств.

Тема 1.6 Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Матрица линейного оператора. Алгебраические действия над линейными отображениями. Собственные значения и собственные векторы.

Тема 1.7 Формы

Билинейные, полуторалинейные и квадратичные формы. Симметрические, кососимметрические билинейные формы. Ранг формы. Матрица формы. Канонический вид квадратичной формы. Положительный и отрицательный индекс инерции, сигнатура квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы.

Тема 1.8 Евклидовы и унитарные пространства

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Ортогональные векторы. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к под-пространству. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора относительно подпространства. Сопряженный оператор. Унитарные и самосопряженные операторы.

Тема 1.9 Группы

Группа, подгруппа. Циклическая подгруппа. Порядок элемента группы. Нормальная подгруппа, факторгруппа. Смежный класс. Индекс подгруппы. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Ядро гомоморфизма.

Тема 1.10 Кольца

Кольцо, поле, подкольцо. Идеал, факторкольцо. Гомоморфизм и изоморфизм колец. Ядро гомоморфизма. Характеристика поля. Степень расширения полей.

РАЗДЕЛ II. Геометрия

Тема 2.1 Векторы

Понятие вектора в $\square^3$. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2.2 Аффинная геометрия

Уравнения прямых и плоскостей в $\square^2$ и $\square^3$. Аффинное пространство A^n, аффинная группа и аффинная геометрия. k-мерная плоскость в A^n, характеристика пары плоскостей.

Тема 2.3 Евклидовы пространства

Евклидово точечное пространство $\square^n$, движения пространства и евклидова геометрия.

Тема 2.4 Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Фигуры второго порядка в пространствах A^n и $\square^3$.

РАЗДЕЛ III. Топология

Тема 3.1 Метрические и топологические пространства

Замыкание, внутренность и граница множества в метрическом и топологическом пространствах. Ограниченное множество в метрическом пространстве. Полное метрическое пространство. Непрерывное отображение, критерий непрерывности. Гомеоморфизм.

Тема 3.2 Компактность и связность

Понятие компактности. Критерии компактности метрического пространства. Связность. Понятие связной компоненты топологического пространства. Линейная связность.

РАЗДЕЛ IV. Дифференциальная геометрия

Тема 4.1 Кривые

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна кривой. Кручение кривой.

Тема 4.2 Поверхности

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Типы точек поверхности.

РАЗДЕЛ V. Математический анализ

Тема 5.1 Числа и последовательности

Множество вещественных чисел. Точные границы числовых множеств. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности. Частичные пределы последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.

Тема 5.2 Функции одной переменной и ряды

Определение предела и непрерывности функции в точке. Понятие равномерной непрерывности. Определение производной и дифференциала функции одной вещественной переменой. Первообразная и неопределенный интеграл. Определение и свойства интеграла Римана. Формула Ньютона-Лейбница. Понятие числового ряда. Признаки сходимости положительных рядов. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки Абеля и Дирихле. Равномерная сходимость, признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости рядов. Тригонометрическая система и ряды Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке.

Тема 5.3 Функции многих переменных

Предел и непрерывность функции многих переменных. Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные и производная по направлению, градиент. Дифференцируемость векторных функций, матрица Якоби. Теорема о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума. Условный экстремум функций многих переменных.

Тема 5.4 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Мера Жордана и ее свойства. Интеграл Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Определение поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского.

РАЗДЕЛ VI. Теория функций комплексного переменного

Тема 6.1 Аналитические функции

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Тема 6.2 Степенные ряды и вычеты

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

РАЗДЕЛ VII. Функциональный анализ

Тема 7.1 Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ-алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ-аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 7.2 Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Отображения: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 7.3 Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 7.4 Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве. Базис в гильбертовом пространстве.

Тема 7.5 Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

Тема 7.6 Компактные операторы

Предкомпактные, компактные множества в метрическом пространстве. Критерий компактности Хаусдорфа. Компактные операторы и их свойства.

РАЗДЕЛ VIII. Теория вероятностей

Тема 8.1 Вероятность

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Алгебра и σ-алгебра событий. Вероятностное пространство, вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

Тема 8.2 Случайные величины и независимость

Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность вероятности. σ-алгебра, порожденная случайной величиной. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции.

Характеристическая функция случайной величины.

Тема 8.3 Последовательности случайных величин

Центральная предельная теорема, закон больших чисел, усиленный закон больших чисел. Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения.

Тема 8.4 Математическая статистика

Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки. Достаточная статистика, статистическая гипотеза, параметрическая гипотеза, линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

РАЗДЕЛ IX. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1 Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 9.2 Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 9.3 Системы и уравнения n –го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 9.4 Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

РАЗДЕЛ X. Уравнения в частных производных

Тема 10.1 Уравнения в частных производных

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Гармонические функции. Задача Коши. Смешанные задачи.

РАЗДЕЛ XI. Вычислительная математика

Тема 11.1 Приближение функций и численное интегрирование

Понятие погрешности. Методы приближения функций. Приближенное вычисление интегралов.

Тема 11.2 Системы линейных алгебраических уравнений и проблема собственных значений

Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения проблемы собственных значений.

Тема 11.3 Системы нелинейных уравнений

Методы численного решения систем нелинейных уравнений. Линейная и квадратичная скорость сходимости.

Тема 11.4 Разностные схемы и их применение

Основные понятия теории разностных схем (сетка, устойчивость, сходимость, аппроксимация). Разностные схемы для уравнений в частных производных.

РАЗДЕЛ XII. Математическая логика

Тема 12.1 Математическая логика

Алгебра высказываний. Формулы, равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы.

РАЗДЕЛ XIII. Дискретная математика

Тема 13.1 Дискретная математика

Граф, цикл, сеть, поток, циркуляция, мощность потока. Эйлеровы графы.

РАЗДЕЛ XIV. Исследование операций

Тема 14.1 Исследование операций

Игра в нормальной форме, игра с нулевой суммой, матричная игра, цена игры, седловая точка.

РАЗДЕЛ XV. Методы оптимизации

Тема 15.1 Методы оптимизации

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа. Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу. Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Линейная задача, двойственная задача.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Алгебра

1. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме, формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел.

2. Кольцо многочленов от одной переменной. Корень многочлена, теорема Безу, кратность корня. Неприводимые многочлены над $\square$ и $\square$. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов.

3.Матрицы и алгебраические операции над ними. Ранг матрицы и его основные свойства. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления. Жорданова нормальная форма матрицы.

4. Определители, их основные свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения квадратных матриц.

5. Системы линейных алгебраических уравнений. Критерий совместности. Методы Гаусса и Крамера. Размерность и базис пространства всех решений однородной системы линейных уравнений.

6. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Подпространства и операции над ними: пересечение, сумма, прямая сумма.

7. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и композиции линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы.

8. Билинейные, квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Канонический вид над $\square$ и $\square$. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

9. Понятие группы, подгруппы, примеры. Нормальная подгруппа, фактор-группа. Теорема Лагранжа. Гомоморфизм и изоморфизм групп. Основная теорема о гомоморфизмах групп.

10. Понятие кольца, поля, подкольца, подполя, примеры. Идеал, фактор-кольцо. Гомоморфизм и изоморфизм колец. Основная теорема о гомоморфизмах колец.

Геометрия

11. Свободные векторы в $\square^3$, скалярное, векторное и смешанное произведения.

12. Различные виды уравнений прямой и плоскости в $\square^2$ и в $\square^3$.

13. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства. Классификация кривых второго порядка в $\square^2$.

14. Аффинные пространства A^n. Плоскости в A^n и их уравнения. Взаимное расположение двух плоскостей.

15. Евклидовы точечные пространства $\square^n$. Ортогональность плоскостей в $\square^n$. Расстояние от точки до плоскости в $\square^n$.

Топология

16. Топологическое пространство. Способы задания топологий, сравнение топологий. Внутренность, замыкание, граница множества в топологическом пространстве.

17. Непрерывные отображения топологических пространств и их свойства. Гомеоморфизм.

18. Компактные и связные топологические пространства. Критерии компактности метрического пространства.

Дифференциальная геометрия

19. Кривые в $\square^2$ и в $\square^3$и способы их задания. Натуральная параметризация кривой.

20. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл. Формулы Френе.

21. Поверхности в $\square^3$ и способы их задания. Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.

22. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная (гауссова) кривизна.

Математический анализ

23. Поле вещественных чисел. Важнейшие подмножества в $\square$ и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.

24. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). Теорема о пределе монотонной последовательности. Число Эйлера.

25. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в $\square$, лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.

26. Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Теорема Кантора о стягивающихся сегментах.

27. Теорема Кантора о равномерной непрерывности. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях.

28. Взаимно однозначные непрерывные функции.

29. Экстремумы. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений). Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.

30. Достаточные условия экстремума функции одной переменной. Условия монотонности и выпуклости в терминах производной.

31. Формула Тейлора, остаточные члены в форме Пеано, Лагранжа, Коши.

32. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий

интегрируемости в терминах сумм Дарбу, критерий Лебега интегрируемости. Классы интегрируемых функций.

33. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.

34. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов. (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).

35. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки Дирихле и Абеля.

36. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

37. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Классы поточечной сходимости рядов Фурье.

38. Дифференцируемые отображения из $\square^n$ в $\square^m$. Матрица Якоби. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия локального экстремума функции.

39. Условный экстремум. Необходимые, достаточные условия. Метод множителей Лагранжа.

40. Теорема о неявной функции. Теорема об обратной функции. Формулы для производных неявной и обратной функции.

41. Мера Жордана в $\square^n$ и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность. Интеграл Римана в $\square^n$ и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

42. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

43. Поверхностные интегралы, формула Стокса, формула Гаусса-Остроградского.

Теория функций комплексного переменного

44. Производная от функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана.

45. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

46. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.

47. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах. Приложения вычетов.

48. Понятие конформного отображения и его связь со свойством аналитичности. Теорема Римана о конформных отображениях. Принцип соответствия границ.

Функциональный анализ

49. Продолжение меры по Лебегу. Меры Лебега и Лебега-Стилтьеса на □ .

50. Теоремы о предельном переходе под знаком интеграла Лебега (Лебега, Фату, Леви).

51. Пространства со скалярным произведением, гильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Теорема о проекции (об ортогональном разложении).

51. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве (ряды Фурье, неравенство Бесселя, полнота, замкнутость).

52. Пространства $L^p(T,\mu)$, неравенства Гёльдера, Минковского, полнота.

53. Принцип сжимающих отображений Банаха и его применения.

54. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры.

55. Теорема Банаха-Штейнгауза.

56. Теорема о замыкании образа линейного непрерывного оператора. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

57. Сопряженное пространство. Сопряженный оператор и его свойства. Теорема Хана-Банаха о продолжении функционалов. Следствия из теоремы Хана-Банаха.

Теория вероятностей

58. Аксиоматика Колмогорова. Условные вероятности.

59. Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства).

60. Независимость случайных величин, критерии независимости (дискретный, абсолютно непрерывный).

61. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.

62. Законы больших чисел. Неравенство и теоремы Колмогорова.

Дифференциальные уравнения

63. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

64. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения и основные теоремы об их решениях. Метод вариации произвольных постоянных.

65. Теорема Коши о существовании и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

66. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка и основные теоремы об их решениях.

67. Устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теоремы Ляпунова.

Уравнения в частных производных

68. Основные краевые задачи для уравнений Лапласа и Пуассона. Свойства гармонических функций. Теорема единственности для решений краевых задач.

69. Принцип максимума и теорема единственности для решений первой краевой задачи и задачи Коши для уравнения теплопроводности.

70. Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения теплопроводности.

71. Метод Фурье решения смешанных задач для уравнения колебаний струны.

72. Формула Даламбера для решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.

Вычислительная математика

73. Основные вычислительные схемы метода Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.

74. Метод итераций и общий неявный метод итераций для систем линейных алгебраических уравнений, теорема о сходимости.

75. Метод итераций для систем нелинейных уравнений, теорема о сходимости. Метод Ньютона для операторных уравнений, теорема о сходимости.

76. Метод Эйлера для решения задачи Коши в случае системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, сходимость метода. Метод Рунге-Кутта для решения задачи Коши в случае дифференциального уравнения первого порядка, четырехточечное правило.

77. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации и устойчивости со сходимостью.

78. Явная и неявная двухслойная четырехточечная разностная схема для уравнения теплопроводности, условия устойчивости.

Математическая логика

79. Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний. Способы задания. Проблема минимизации.

80. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Вывод из гипотез. Теорема дедукции. Теорема о непротиворечивости исчисления высказываний. Независимость системы аксиом.

81. Логика предикатов. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.

82. Исчисление предикатов. Формулы, аксиомы, правила вывода. Производное правило связывания квантором. Эквивалентность формул. Закон двойственности.

Дискретная математика

83. Основная теорема о потоке (теорема о max- и min- разрезах).

84.Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока.

85. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе.

Исследование операций

86. Теорема о разложении положительного потока.

87. Потоки минимальной стоимости. Алгоритм Басакера-Гоуэна.

88. Матричные игры. Цена. Седловая точка. Нахождение цены и седловой точки.

Методы оптимизации

89. Теорема Куна-Таккера.

90. Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче (уравнение Эйлера-Лагранжа).

91. Метод множителей Лагранжа.

92. Производные в векторных пространствах (производная по направлению, вариация по Лагранжу).

93. Условия оптимальности первого и второго порядков в задаче оптимизации с ограничениями-равенствами (задача условной оптимизации).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1974.
10. Федорюк М.В. Обыкновенных дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1985.
11. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва: Наука, 1992.
12. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения.Учебник. Минск, БГУ, 2006.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
15. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
16. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
17. 6. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П.Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
18. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
19. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
20. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.

21. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.

22. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.

23. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.

24. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987

25. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.