

## О гомотопической характеристике $\mathcal{N}$ -ANE-пространств

И.А. Жигулич<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Белорусская государственная академия связи, ул. Ф. Скорины 8/2, 220114 Минск, Беларусь  
irina.zhigulich@gmail.com

В работе рассматривается категория  $\mathcal{N}$ -ТОР *профильтрованных пространств* (т. н.  $\mathcal{N}$ -пространств [1,2]), морфизмами которой являются сохраняющие фильтрацию отображения (т. н.  $\mathcal{N}$ -отображения). В этой категории рассматривается теория ретрактов и экстензоров и устанавливается следующий факт:

**Теорема 1.** Пусть  $X \in \mathcal{N}$ -ANE. Если дополнительно пространство  $X^n$  стягиваемо для любого  $n \in \mathbb{N}$ , то  $X \in \mathcal{N}$ -AE.

Доказательство теоремы 1 проводится на основании аналога характеристической теоремы Милнора (см. [3,4]) в категории  $\mathcal{N}$ -пространств:

**Теорема 1.** Пусть  $f: X \rightarrow Y$  есть  $\mathcal{N}$ -отображение  $\mathcal{N}$ -ANE-пространств. Тогда отображение  $f$  есть  $\mathcal{N}$ -гомотопическая эквивалентность в том и только том случае, когда для любого натурального числа  $n$  отображение  $f_n: X_n \rightarrow Y_n$  есть гомотопическая эквивалентность.

В свою очередь, теорема Милнора устанавливается с помощью исследования теории ретрактов и экстензоров *категории стратифицированных пространств*. Объектами данной категории являются  $\mathcal{N}$ -пространства, а морфизмами являются отображения, сохраняющие страты фильтрации (т. н.  $\mathcal{S}$ -отображения [1]). С помощью специального функтора из категории  $\mathcal{N}$ -пространств в категорию  $\mathcal{S}$ -пространств доказательство теоремы 1 сводится к следующей теореме.

**Теорема 2.** Пусть  $f: X \rightarrow Y$  есть  $\mathcal{S}$ -отображение  $\mathcal{S}$ -ANE-пространств. Тогда отображение  $f$  есть  $\mathcal{S}$ -гомотопическая эквивалентность (а следовательно, и  $\mathcal{N}$ -гомотопическая эквивалентность) в том и только том случае, когда для любого  $n \in \mathbb{N}$  отображение  $f^n \equiv f|_{X^n}: X^n \rightarrow Y^n$  есть гомотопическая эквивалентность.

### Литература

1. Агеев С. М., Жигулич И. А., Сиаева З. Н., *Инъективные объекты категории стратифицированных пространств*. Изв. вузов. Матем. 2017. № 2. С. 3–13.
2. Силаева З. Н. *Экстензорные свойства пространств с фильтрациями*. Дисс. . . канд. физ.-мат. наук: 01.01.04. Минск. 2011. Институт математики НАН РБ.
3. Бордман Дж., Фогт Р. *Гомотопически инвариантные алгебраические структуры на топологических пространствах*. М.: Наука, 1995.
4. Постников М. М. *Лекции по алгебраической гомотопии. Основы теории гомотопий*. М.: Наука, 1984.