

ОБ АКТУАЛЬНОСТИ ДРОБНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В ПОДГОТОВКЕ МАГИСТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Н.В. Бровка¹, А.П. Карпова²

¹*Белорусский государственный университет, Беларусь, Минск, n_br@mail.ru*

²*Белорусский государственный университет, Беларусь, Минск, karpova.a.p@yandex.by*

Рассмотрена проблема целесообразности включения в подготовку магистров математических специальностей раздела по дробному интегро-дифференцированию, обусловленная высокой прикладной востребованностью этого раздела и неразработанностью методики его включения в обучение. Иллюстрации прикладных задач как актуальных аспектов использования дробного исчисления, установление аналогий между его свойствами и свойствами дифференцирования целых порядков, выявление взаимосвязей аналитического аппарата и численных методов выступают важными дидактическими факторами мотивации и содержательной привлекательности этого раздела для магистров математических специальностей.

Ключевые слова: целое и дробное интегро-дифференцирование, обучение магистров, математические специальности, уравнение теплопроводности.

ON THE RELEVANCE OF FRACTIONAL INTEGRO-DIFFERENTIATION IN THE PREPARATION OF MASTERS OF MATHEMATICAL SPECIALTIES

N.V. Brovka¹, A.P. Karpova²

¹*Belarussian state university, Belarus, Minsk, n_br@mail.ru*

²*Belarussian state university, Belarus, Minsk, karpova.a.p@yandex.by*

The problem of expediency of inclusion in the training of masters of mathematical specialties of the section on fractional integro-differentiation, due to the high applied demand of this section and the lack of development of the method of its inclusion in training, is considered. Illustrations of applied tasks as actual aspects of using fractional calculus, establishing analogies between its properties and properties of differentiation of entire orders, identifying the relationship of the analytical apparatus and numerical methods are important didactic factors of motivation and content appeal of this section for masters of mathematical specialties.

Keywords: integer and fractional integro-differentiation, masters training, mathematical specialties, heat conduction equation.

1. Введение

В условиях перехода высшей школы на двухступенчатое образование бакалавр-магистр особую актуальность обретает задача разработки программ подготовки магистров. Относительно математических специальностей особый интерес представляет разработка таких спецкурсов, которые предусматривают решение триединой задачи: с одной стороны, освоение новых математических методов, с другой – прикладные аспекты использования изучаемого математического аппарата, с третьей – освоение и разработку методов компьютерного моделирования.

Одним из вариантов расширения и углубления содержания математической подготовки студентов-математиков в магистратуре является изучение материалов по дробному интегро-дифференцированию. Актуальность включения такого раздела в программу подготовки магистров математических специальностей обусловлена тем, что основная цель привлечения математического аппарата к решению прикладных задач состоит в построении и исследовании свойств моделей, которые наиболее адекватны реальным процессам с учетом заданных начальных условий. Чем точнее необходимо исследовать реальный процесс, тем более «чувствительный» математический аппарат следует использовать [1].

...

2. Примеры использования аппарата дробного интегро-дифференцирования

Для описания, например, процессов распространения тепла в высокопористых средах используется модифицированный закон Фика, что требует привлечения математического аппарата дробного интегро-дифференциального исчисления. В классическое уравнение теплопроводности вводятся производные дробного порядка как по пространству, так и по времени. Возникают начально-краевые задачи для дифференциальных уравнений с дробными производными [2]. Приведем пример такой задачи.

Постановка начально-краевой задачи на примере уравнения теплопроводности. Сравнение методов, основанных на разных определениях дробных производных, проводилось на тестовых задачах теплопроводности, затем проверялись на более сложных задачах с известными решениями [3].

Рассмотрим постановку задачи в простейшем случае:

$$D_t^\gamma u(x,t) = CD_x^\alpha u(x,t), \quad 0 < \gamma \leq 2, \quad 1 \leq \alpha \leq 2$$

с начальными условиями

$$u(x,0) = u_0(x)$$

$$0 < \gamma \leq 2, 1 \leq \alpha \leq 2 \dots$$

3. Аналогии с обычным дифференцированием

Рассмотрим некоторые аналогии: интегро-дифференциальные операторы нецелых порядков являются линейными операторами, также, как и их целочисленные аналоги. Для операций дифференцирования с целым порядком, как известно, справедлива формула:

$$\frac{d^m}{dt^m} \left(\sum_{k=1}^n b_k f_k(t) \right) = \sum_{k=1}^n b_k \frac{d^m}{dt^m} (f_k(t)) \quad (1.1)$$

где m – целое. Для производных дробного порядка имеем аналогичное соотношение (1.2), ...

Формулы (1.1 – 1.4) объединяют два свойства линейности операторов дифференцирования и интегрирования: константа (b_k) может быть вынесена за знак дифференцирования (интегрирования), и производная (интеграл) суммы функций равна сумме производных (интегралов) функций того же порядка [7, с.433]. ...

4. Заключение

Несмотря на некоторую сложность введения этого нового для студентов аппарата, его целесообразно изучать студентам математических специальностей, поскольку он позволяет решать прикладные задачи автоматического управления, задачи теплопроводности (диффузии) во фрактальных средах, расчёт термодинамических свойств поверхности, решение уравнений термодинамики материальных сред, задачи механики сплошных сред, а также интенсивно используется при построении математических моделей различных процессов в реальных средах.

Библиографические ссылки

1) Корчагина А.Н. Численное моделирование диффузионных процессов в фрактальных средах / А.Н. Корчагина, Л.А. Мержиевский // Ученые записи ЗГУ. Серия: Физика, математика, техника, технология. – 2013. - №3 (50). – С. 53-59.

2) Мержиевский Л.А., Корчагина А.Н. Моделирование распространения теплового импульса во фрактальной среде // Труды международной конференции «XI Харионовские тематические научные чтения». 16 марта – 20 марта 2009, Саров. Сборник трудов. С. 250-254.

3) Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688с. ...