

Пример оформления тезисов на АМАДЕ-2024

Дифференциальное уравнение для обобщенной функции Бесселя первого рода А. А. Килбас (Минск, Беларусь)

Рассмотрим специальную функцию, определенную для комплексного $\nu \in \mathbb{C}$ и натурального $h \in \mathbb{N}$ формулой:

$${}_h J_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{z}{2}\right)^{2m+\nu}}{m! \Gamma(1 + \nu + hm)} \quad (z \in \mathbb{C}, z \neq 0). \quad (1)$$

В частности, при $h = 1$ эта функция совпадает с классической функцией Бесселя первого рода [1, §7.2]

$${}_1 J_\nu(z) \equiv J_\nu(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{z}{2}\right)^{2m+\nu}}{m! \Gamma(1 + \nu + m)}. \quad (2)$$

Известно, что функция $J_\nu(z)$ является решением дифференциального уравнения Бесселя [1, §7.2]

$$z^2 \frac{d^2 w}{dz^2} + z \frac{dw}{dz} + (z^2 - \nu^2) w = 0. \quad (3)$$

Теорема. Пусть $h \in \mathbb{N}, \nu, z \in \mathbb{C}, z \neq 0$. Функция $w(z) = {}_h J_\nu(z)$ является решением следующего дифференциального уравнения порядка $h + 1$:

$$z^{h+1} w^{(h+1)} + a_1 z^h w^{(h)} + \dots + a_h w' + b z^2 w + c w \equiv 0, \quad (4)$$

где коэффициенты уравнения имеют явное представление (см. [2]).

Схема доказательства. Следуя методу, предложенному в [3], и используя свойства классических специальных функций (см., например, [1]), получаем ...

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ "Конвергенция", подпрограмма "Математические модели и методы".

Литература

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Высшие трансцендентные функции. Т.2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены.* М.: Наука (1974).

2. Килбас А.А., Шлапакова Т.С. Обобщенная модифицированная функция Бесселя первого рода. В сб. *Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений. Труды 5-й международной конференции, (14-19 сентября 2009 г., Минск, Беларусь).* (Редакторы Килбас А.А., Рогозин С.В.) Минск: Институт математики НАН Беларуси. Том 1. Математический анализ (2010), 82-89.

3. Килбас А.А., Шлапакова Т.С. Обобщенная функция Бесселя первого рода. *Вестник Бел. гос. ун-та.* Сер. 1. Физ. Мат. Информ. No. 3 (2009), 52-56.